Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri” Iaşi

TESTE
pentru concursul de limbă, literatură şi comunicare "Micii alecsandrişti"
Clasa a IV-a
şi
EXERCIŢII ŞI PROBLEME
pentru concursul de matematică "Euclid", ediţia a XI-a
Clasele III-VIII

IAŞI - 2011

Liceul Teoretic "Vasile Alecsandri" Iaşi

Fundamentarea actului educaţional pe baza nevoilor de dezvoltare personală şi profesională a elevilor din perspectiva dezvoltării durabile şi a deschiderii sistemului educaţional către societate, în contextul integrării europene

C U P R I N S

Argument 5

Programul de desfăşurare al concursurilor 6

Concurs de limbă, literatură şi comunicare "MICII ALECSANDRIŞTI" 7

Comisia de concurs 7

Autori teste 7

Teste propuse – clasa a IV-a 8

Concurs de matematică "EUCLID" 37

Comisia de concurs 37

Autori 38

Subiecte date la ediţiile anterioare 39

EDIŢIA a X-a 39
EDIŢIA a IX-a 52
EDIŢIA a VIII-a 57
EDIŢIA a VII-a 64
EDIŢIA a VI-a 69
EDIŢIA a V-a 78

Probleme şi exerciţii propuse 89

Clasele a III-a şi a IV-a 89
Clasa a V-a 103
Clasa a VI-a - algebră 112
Clasa a VI-a - geometrie 115
Clasa a VII-a - algebră 122
Clasa a VII-a - geometrie 125
Clasa a VIII-a - algebră 130
Clasa a VIII-a - geometrie 133

Indicaţii şi răspunsuri 138

Bibliografie 155

Argument

Concursul de matematică EUCLID a luat fiinţă în anul 2001, la iniţiativa profesorilor de matematică de la Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri" din Iaşi.

Denumirea acestuia provine de la numele celebrului matematician grec care a pus bazele geometriei plane şi spaţiale şi ale aritmeticii. Însemnata sa operă, ***Elemente***, alcătuită din 13 capitole a constituit, timp de două milenii, cartea de căpătâi după care s-a predat matematica. A fost tradusă în aproximativ 300 de limbi, fiind cea mai citită carte din lume.

Euclid a adus multe contribuţii originale: a enunţat teoreme noi: *teorema catetei, a înălţimii* (unui triunghi dreptunghic), *a concurenţei mediatoarelor unui triunghi, a reciprocei teoremei lui Pythagoras, a teoremei împărţirii cu rest* (pentru numere naturale), *a descompunerii în factori primi a unui număr întreg* (pozitiv); i se datorează noţiunile de *semidreaptă, tangentă* (la o curbă), *cerc mare* (al unei sfere), *puterea unui punct* faţă de un cerc sau o sferă, ca şi denumirile de *paralelogram, poliedru, prismă, tetraedru*, a formulat definiţii – cele pentru *cerc* şi *sferă* rămânând în uz.

Concursul EUCLID se adresează elevilor din clasele III-VIII la Şcolile Generale din judeţul Iaşi, iar anul acesta se află la cea de a XI-a ediţie.

Organizatorii şi-au propus ca, prin acest eveniment, să stimuleze spiritul COMPETITIV al elevilor şi să le dezvolte nevoia de cunoaştere şi înţelegere.

Concursul se bucură de aprecierea participanţilor pentru probele la care au posibilitatea să între în competiţie:

- ***proba individuală*** – oferă posibilitatea fiecărui participant de a-şi demonstra competenţele dobândite în domeniul matematicii.

- ***proba pe echipaje*** – dezvoltă abilitatea de a lucra în echipă şi dă posibilitatea fiecărei echipe de a promova imaginea şcolii.

Elevii din clasa a IV-a cu rezultate foarte bune la concurs au posibilitatea să se înscrie la Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri" fără a mai susţine examenul de admitere în clasa a V-a.

Festivitatea de premiere are loc, în fiecare an, la Universitatea „Al. I. Cuza" Iaşi.

Parteneriatul dintre Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri" şi Universitatea „Al. I. Cuza" Iaşi demonstrează încă o dată aprpecierea de care se bucură Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri" în comunitatea educaţională.

Autorii

Programul de desfăşurare al concursurilor

07 – 24.01.2011 – Înscrierea participanţilor

28.01.2011 – Susţinerea probelor de concurs
Rezolvarea contestaţiilor

NOTĂ:

Programul desfăşurării concursurilor şi repartizarea pe săli vor fi afişate la avizierul şcolii şi pe site-ul liceului, www.lvais.ro, pe 26.01.2011. Informaţii suplimentare se pot afla consultând site-ul liceului.

Concursul de limbă, literatură şi comunicare "MICII ALECSANDRIŞTI"

Comisia de concurs

Preşedinte:
prof. Nelu Tudorache – director

Vicepreşedinte:
prof. Jenica Ionescu – şef catedră limba română

Membri:
prof. Monica Coţofan
prof. Petru Apachiţei
prof. Nicu Crăciun

Secretari:
prof. Cojocariu Beatris
inf. Cojocaru Gabriela Cătălina

Autori teste

prof. Jenica Ionescu
prof. Monica Coţofan
prof. Petru Apachiţei
prof. Nicu Crăciun
Înv. S. Ivolschi *(test 22 –test 25)*
Înv. T. Pantazi *(test 26 – test 27)*

Teste propuse – clasa a IV-a

Testul 1

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

E ceasul întoarcerii în timp. Sunt singur cu gândul şi lampa. O lampă de aramă, cu picior înalt şi glugă. Subt ea sunt cărţile prietene, hârtiile, ibricul cu cafea şi calendarul. Aceasta-i lampa anului o mie una suta patruzeci şi unu. În faţa ei e negru, viitorul.

Dar una câte una, din lumina ei de-acum, s-aprind, trăindu-şi clipa, lămpile trecute. Şi unde-i lampă e şi un obraz de viaţă. Apare şi dispare după cum s-aprinde şi se stinge lampa lui.

Căci lampa n-are numai umbra şi culoarea aripei de flutur, ameţită de lumina ei. Au fost odată în popasul ei de aur, frunţi, obraji, gene şi mâni şi buze cu tăcerea, cu surâsul şi vorba lor.

(Ionel Teodoreanu, ***Întoarcerea în timp)***

1. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *aur.*
2. Construieşte două enunţuri în care cuvântul *se stinge* să aibă alte două înţelesuri decât în text şi precizează-le.
3. Precizează ce parte de vorbire este fiecare dintre cuvintele *aramă, prietene.*
4. Identifică funcţia sintactică a cuvintelor *în timp, culoarea.*
5. Construieşte propoziţii în care cuvintele *anului* şi *de viaţă* să îndeplinească alte funcţii sintactice decât în text şi precizează-le.
6. Explică, în 3-5 rânduri, înţelesul enunţului *Căci lampa n-are numai umbra şi culoarea aripei de flutur, ameţită de lumina ei. Au fost odată în popasul ei de aur, frunţi, obraji, gene şi mâni şi buze cu tăcerea, cu surâsul şi vorba lor.*

II. Redactează o compunere de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare deosebită, al cărei personaj să fie una dintre *cărţile prietene,* evocate în textul anterior. Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 2

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Într-o seară de primăvară, nepotul a rămas până la ceasul lămpilor. În ietacul bunicilor, slujnica a aprins lampa cu glob albastru înflorit cu trandafiri, pe care, când era copil, o tot privea de la fereastra casei de peste drum- acum pustie- întrebându-se: Cine fură fructul cel de aur? unde-l duce? unde-l ţine?

- Bunică, mă primeşti să dorm la mata?

Bunica a dat din cap fără mirare: poate că nici n-a înţeles.

Numai bunica a dormit.

Nepotul s-a dus în odaia bunicului, aprinzând lampa de pe masa lui de lucru, aşezându-se chiar în fotoliul cu capete de lei, în care-a stat bunicul.

Casa copilăriei e stinsă.

Casa bunicilor e stinsă.

Dar noaptea de primăvară e luminoasă ca aureola Sfinţilor. Şi din pământul mormintelor, din creangă şi din inimă, se-nalţă flori de liliac.

*(*Ionel Teodoreanu, ***Întoarcerea în timp)***

1. Scrie cuvinte cu sensuri opuse (antonime) pentru termenii *a aprins, primeşti.*
2. Exemplifică în enunţuri scrierea structurilor *primăvară* şi *cel* altfel decât în text.
3. Precizează ce parte de vorbire este fiecare dintre cuvintele *să dorm* şi *stinsă.*
4. Selectează, din text, două pronume cu funcţii sintactice diferite pe care le vei preciza.
5. Alcătuieşte o propoziţie după schema A-C-A-P-S.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Casa copilăriei e stinsă. Casa bunicilor e stinsă. Dar noaptea de primăvară e luminoasă ca aureola Sfinţilor.*

II. Redactează o compunere de 20-25 de rânduri, cu titlul *Florile de liliac din inimă*, care să se încheie astfel: *Apoi, în lumina lunii, aburul de argint a dispărut uşor, aşa cum apăruse, ca printr-un farmec.* În compunerea ta vei îmbina descrierea şi dialogul.

Testul 3

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Întâiul pas pe care îl faci într-o casă străină, te înfioară. Neprietenos răspunde ecoul şi umbra ta se zugrăveşte stranie pe pereţii albi. Viaţa statornicită are tainele ei, îmbătrânitul disc al soarelui, ce apare şi dăinuieşte anumite ceasuri la fereşti, luminând tot altfel lucrurile, le dă o şlefuire, un lustru, cu care ochii tăi se deprind şi fără de care nu pot fi veseli.

În pridvorul tăcut, ştiu că în cutare anotimp, ca să lumineze perdelele verzi de frunze, albastrul va înflori strugurii de glicină: treptele scării de piatră, de le vei coborî, presimţi ce mireasmă o să te întâmpine; de vei ridica ochii peste marginea verde a stratului, ţi se va părea firesc că în aer joacă pulberea de aur a stânjeneilor; de te vei întoarce spre răsărit, floarea soarelui ce poartă un nimb în jurul ei, nu te va mira că o biată floare îşi arată imaginea soarelui pe pământ...

(Dimitrie Anghel, ***Versuri şi proză)***

glicínă, *glicine,* s. f. Arbust decorativ agăţător, având flori asemănătoare cu ale salcâmului, albastre sau violete şi parfumate

1. Exemplifică termeni cu acelaşi înţeles (sinonime) pentru cuvintele *înfioară, mireasmă.*
2. Construieşte două enunţuri în care cuvântul *arată* să aibă alte două înţelesuri decât în text şi precizează-le.
3. Precizează ce parte de vorbire este fiecare dintre cuvintele *tăcut, a stratului.*
4. Identifică funcţia sintactică a cuvintelor *disc, de frunze.*
5. Alcătuieşte o propoziţie despre *copilărie*, după schema S-P-A-A.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *le dă o şlefuire, un lustru, cu care ochii tăi se deprind şi fără de care nu pot fi veseli.*

II. Redactează o compunere descriptivă, de 20-25 de rânduri, în care să integrezi expresiile *joacă pulberea de aur a stânjeneilor* şi *albastrul va înflori strugurii de glicină.* Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 4

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

De după dealuri arse şi trudite,
Înalţă creste albe nori de plumb.
S-adună-n iarbă umbre încâlcite
Şi, aspru, geme vântul prin porumb.
Câmpia de paragină şi scrum
Întinde braţe lungi de colb în drum,
Apoi îşi strânge sufletu-n păduri,
Căscând în râpi dogoritoare guri…
Dar norii sterpi coboară-n depărtare,
Şi-abia vibrează dincolo de zare
Un tunet lung, cu prabuşiri de stâncă…
Iar soarele s-arată alb şi mat,
Şi-ntâia rază de lumină pare
Un fulger mort, ce rătăceşte încă
Pe câmpul prăfuit şi resemnat.

(Otilia Cazimir, ***Iulie***)

1. Exemplifică termeni cu înţeles opus (antonime) pentru cuvintele *încâlcite, mat.*
2. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *umbre.*
3. Construieşte două propoziţii în care cuvintele *arse* şi *lungi* să reprezinte câte o altă parte de vorbire decât în text, precizând în paranteză partea de vorbire exemplificată.
4. Identifică funcţia sintactică a cuvintelor *scrum, rază.*
5. Construieşte propoziţii în care cuvintele *de stâncă* şi *soarele* să îndeplinească alte funcţii sintactice decât în text.
6. Transcrie, din text, o expresie frumoasă şi explic-o în 3-5 rânduri.

II. Redactează o compunere narativă, de 20-25 de rânduri, în care *Tunetul* şi *Soarele* să fie personaje, şi în care să integrezi expresia *norii sterpi coboară-n depărtare.* Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 5

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Toate lighioile din curte aflaseră că va să mă duc la o şcoală mare. Cânele, pisica şi cei patru cai ai tatii ştiau pe de rost cum trebuie să fie în ochii Domnului: niciunul nu s-ar fi dus fără botini în picioare, căci desculţi nu i-ar fi primit decât Nea Nicuţă, c-un sfanţ pe lună. Noaptea visam şcoala: un palat mare, mare şi frumos, ca în basme, cu porţi de fer, cu geamlâcuri, cu uşi de cleştari, cu ziduri văpsite ca nişte icoane, şi mai împodobite decât steaua lui Nea Nicuţă, încondeiată de Burghelea, zugrav vestit, căruia îi frecam văpselele între pietre numai ca să mă uit la el zile întregi cum din nimic scotea sfinţi, îngeri, draci, cai şi balauri.

(Barbu Ştefănescu Delavrancea, ***Domnu Vucea***)

1. Exemplifică în enunţuri scrierea structurilor *iar* şi *cai* altfel decât în text.
2. Scrie două expresii care să includă cuvântul *ochi.*
3. Selectează, din text, două pronume de persoana a III-a, singular, masculin.
4. Identifică funcţia sintactică a cuvintelor *ca în basme* şi *zugrav.*
5. Construieşte două propoziţii în care cuvântul *zile* să îndeplinească două funcţii sintactice, diferite de cea din text, pe care le vei preciza.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Noaptea visam şcoala: un palat mare, mare şi frumos, ca în basme.*

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, în care să prezinţi o zi de şcoală de pe o altă planetă, aşa cum ţi-o imaginezi tu. Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 6

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Mă îmbrăcai; mă spălai cu apă rece; mă încălţai cu nişte pantofi noi; mama mă pieptănă şi mă sărută pe frunte, aşa că o pricepui... "Să nu-ţi fie frică, să nu mă dai de ruşine"... Ştiam eu în câte feluri săruta mama: altfel de eram bolnav, altfel când o ascultam, altfel când învăţam lecţia, altfel de plângeam şi voia să mă împace, şi cu totul altfel mă sărută când mă trimise la şcoala domnească. Pe drum, bonca-bonca, mă împiedicam de toate pietrele. Inima îmi zvâcnea cum îmi zvâcnea când alţii se încercau să-mi ia zmeul de coadă. Şi tocmai departe, dincolo de S-tu Ştefan, frate-meu se opri şi-mi zise: - Aici e şcoala. Şcoala!... Mi se opri răsuflarea.

(Barbu Ştefănescu Delavrancea, ***Domnu Vucea***)

S-tu Ştefan - Sfântul Ştefan

1. Exemplifică, în enunţuri, scrierea structurilor *altfel* şi *noi* în alt mod decât în text.
2. Construieşte câte o propoziţie în care cuvintele *frunte* şi *zmeul* să aibă un alt înţeles decât cel din text.
3. Scrie cuvinte cu sensuri opuse (antonime) pentru termenii *frică* şi *să împace*.
4. Alcătuieşte două enunţuri în care verbul *ştiam* să fie la alte două timpuri, pe care le vei preciza.
5. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în text.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Ştiam eu în câte feluri săruta mama* .

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, în care să realizezi portretul unei fiinţe dragi, de a cărei amintire se leagă prima ta zi de şcoală. Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 7

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

E tristă şi urâtă iarna la ţară, când crivăţul viforos urlă peste câmpii, când norii sau ceaţa întunecă cerul, când ploile reci desfundă pământul, când ţarina-i goală şi năpustită, dumbrava uscată, şi plugarul trândav. Apoi, în lungile nopţi de iarnă, ce întunecime plină de groază! ce de şoapte fioroase! Vântul vâjâie şi geme ca nişte jalnice glasuri ce plâng din depărtare; ploaia izbeşte cu o întărâtată stăruire în pereţii şi în ferestrele casei; oblonul se clatină şi scârţâie pe ţâţânile-i ruginite; focul bubuie şi trosneşte în cămin, şi, uneori, o pasăre de noapte, gonită din adăpostul ei de o suflare mai viscoloasă a crivăţului, îşi ia zborul, scoţând un ţipăt sfâşietor şi tânguios. Într-acele văietări ale firii, mintea de sineşi se porneşte pe cugetări mâhnicioase; închipuirea-şi plăsmuieşte vedenii cobitoare, şi tot ce e mai trist în viaţă, toate răstriştile trecute, toate temerile viitorului se răsfrâng, ca umbre sângerate, în oglinda întunecată a inimii.

(Al Odobescu, **Doamna Chiajna**)

1. Scrie cuvinte cu sensuri opuse (antonime) pentru termenii *depărtare* şi *întunecată.*
2. Scrie două expresii care să includă cuvântul *foc.*
3. Selectează, din text, două substantive cu înţelesuri opuse.
4. Precizează subiectul şi predicatul primei propoziţii din text.
5. Construieşte, pe lângă substantivul *noapte,* două atribute exprimate prin părţi de vorbire diferite.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *toate răstriştile trecute, toate temerile viitorului se răsfrâng, ca umbre sângerate, în oglinda întunecată a inimii.*

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare deosebită, al cărei personaj să fie o frunză, pornind de la enunţul *În noaptea întunecată de toamnă răsuna prelung vântul rece, când ultima frunză firavă a nucului bătrân de desprinse uşor de ramură.* Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 8

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Soarele e sus. Tot cerul e de-un albastru strălucitor. Ostroavele — grădini plutitoare — îşi răsfrâng în valuri răchitele argintii. Din lunci răsună tălăngi, fluiere s-aud doinind. În aerul căldicel e un miros dulce de fâneaţă şi de sulcină. Pe dealuri, departe, tarlalele-nguste par nişte velinţi întinse la soare. De-a lungul ţărmului stâng se-nşiră satele în lanţ; case mici, tupilate, bordeie acoperite cu şovar, şi-n toate — un aer de umilinţă, de frică, parcă stau gata s-o rupă de fugă.

(Al. Vlahuţă, ***România pitorească***)

1. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *frică.*
2. Construieşte două enunţuri în care cuvântul *dulce* să aibă alte două înţelesuri decât în text şi precizează-le.
3. Precizează ce parte de vorbire este fiecare dintre cuvintele *un albastru* şi *doinind.*
4. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor *tălăngi* şi *de frică.*
5. Exemplifică, în enunţuri, două părţi de propoziţie diferite, exprimate prin pronumele *ele*.
6. Construieşte două expresii frumoase care să includă cuvintele *soarele* şi *răchitele*.

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, cu titlul *Un albastru strălucitor,* în care să realizezi descrierea unui peisaj care te-a

impresionat cândva. Vei integra în compunerea ta şi structurile *grădini plutitoare* şi *un miros dulce de fâneaţă şi de sulcină.*

Testul 9

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Luna-şi picură argintul,
Tremurându-l pe fereastră;
Vede-atâta împăcare
Străjuind căsuţa noastră.

Lângă pat, zâmbind, stă mama,
Adormindu-şi copilaşii,
Cămăşuţă cu mătasă
Le-a cusut mâna nănaşii.

Numai moşul povesteşte,
Aşezat pe faţa vetrii –
Dumeriţi de-o pildă veche,
Îl ascultă doi cumetri.

Dar auzi! Căţelul latră,
S-aud şopote-n ogradă
Şi s-aude, subt opincă,
Scârţâitul de zăpadă.

S-a curmat deodat' povestea
Şi-i tăcere mută-n casă –
Osteniţi dorm ochelarii
Pe ceaslovul de pe masă.

Licărind o raz-atinge
Geamul uşii de la tindă,
De trei glasuri legănată,
Se-nfiripă o colindă...

De sub ţol ridică fruntea
Două feţe bucălaie...
Blând zâmbeşte din icoană
Cuviosul Niculaie...

(Octavian Goga, ***Pace***)

1. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *povestea.*
2. Scrie două expresii care să includă cuvântul *masă.*

3. Scrie câte un enunţ în care cuvintele *mută* şi *colindă* să fie altă parte de vorbire decât în text şi precizează ce au devenit ele în enunţurile tale.
4. Transcrie, din text, două numerale.
5. Precizează funcţiile sintactice ale cuvintelor c*ămăşuţă* şi *mâna*.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Blând zâmbeşte din icoană Cuviosul Niculaie ...*

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, cu titlul *Poveste de Crăciun*, în care să povesteşti o întâmplare, valorificând şi sugestiile textului dat.

Testul 10

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

[...] *Sunt duioase amintirile din trecut, mai cu samă ale copilăriei. Jocurile şi petrecerile copilăreşti, în paşnicul nostru oraş, îşi aveau farmecul lor deosebit. Nu era casă, nu era stradă, unde să nu se audă glasurile zburdalnicilor copii, cari pe lângă casele lor, cât era ziulica de mare, o ţineau numai într-o joacă. Adunaţi în jurul unuia care ţinea de sfoară, băieţii făceau şi trimeteau smeului cari de abia se zărea, scrisori cari porneau a lene în văzduh, prin şfoara cea subţirică. Ceva mai depărtişor, alţii urcau smei „turceşti", fabricaţi cu multă îndemânare. Erau smeii cei mai frumoşi, inventaţi de către copii, în zilele lor de odihnă din vacanţa cea mare, smei cari erau urcaţi şi noaptea cu lampioane. Pe câmpul cel larg din dealul Copoului, se adunau sute de copii. Ei băteau aici mingea, de se cutremura şi pământul. Ţâcul şi oina erau jocurile cele mai gustate. Ceasuri întregi alergau şi săreau şi nu mai oboseau, atât le era de drag jocul.*

(Rudolf Şuţu, ***Iaşii de odinioară***)

1. Exemplifică termeni cu acelaşi înţeles (sinonime) pentru cuvintele *duioase* şi *îndemânare.*
2. Scrie câte un enunţ în care cuvintele *ţinea* şi *se cutremura* să aibă alt înţeles decât în text.

3. Exemplifică două părţi de vorbire diferite din familia adjectivului *mare* şi precizează-le.
4. Identifică primul şi ultimul subiect din text.
5. Construieşte o propoziţie după schema P-A-S-A-A.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Sunt duioase amintirile din trecut, mai cu samă ale copilăriei.*

II. Redactează o scrisoare, de 20-25 de rânduri, pe care ai putea să o trimiţi unui zmeu înalţat în văzduh, mărturisind una dintre dorinţele tale tainice. Vei respecta cerinţele specifice unui asemenea tip de compunere.

Testul 11

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Să mi se permită să visez pe marginea unui om viitor, mai fericit decât cel de până acum, aflat măcar la stadiul de dezvoltare al propriului computer. Un om care să poată şterge un cuvânt sau chiar o literă greşită a vieţii pe care şi-o scrie clipă de clipă şi să o înlocuiască fără efort cu altele mai bune. Care să poată merge înainte sau înapoi în succesiunea faptelor lui. Care, dând un simplu search, o căutare, atunci când a pierdut sau a uitat ceva, să-şi aducă imediat în faţa ochilor toate locurile în care se află ceea ce caută. Care să ştie exact câtă memorie mai are, iar dacă i se pare că nu-i rămâne destulă, să aibă una nouă la dispoziţie.

(Ioana Pârvulescu, ***Întoarcere în secolul 21)***

1. Exemplifică termeni cu acelaşi înţeles (sinonime) pentru cuvintele *stadiul* şi *efort.*
2. Scrie două expresii care să includă cuvântul *om.*
3. Precizează ce parte de vorbire este fiecare dintre cuvintele *viitor* şi *o căutare.*
4. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor *să visez* şi *–o.*

5. Exemplifică, pe lângă verbul *a da,* două complemente exprimate prin părţi de vorbire diferite, pe care le vei preciza.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului *Care să ştie exact câtă memorie mai are, iar dacă i se pare că nu-i rămâne destulă, să aibă una nouă la dispoziţie.*

II. Redactează o compunerere , de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare pe care ai dori să o retrăieşti, *dând un simplu search.* Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Testul 12

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Când Dumnezeu a făcut toate câte sunt pe pământ, iarbă, buruieni şi flori, le-a împodobit cu tot felul de culori frumoase. Când a făcut şi zăpada, i-a zis:

- Să-ţi cauţi tu singură culoarea care-ţi place, fiindcă tu umbli peste tot.

Atunci zăpada se duse la iarbă şi-i spuse:

- Dă-mi şi mie din culoarea ta verde şi aşa de frumoasă!

Iarba însă nu vru. Rugă apoi pe trandafir să-i dea culoarea lui roşie, strălucitoare. Dar nici trandafirul nu voi. Ceru culoarea albastră de la viorea, culoarea galbenă de la floarea-soarelui. Niciuna nu ascultă rugămintea zăpezii.

Tristă şi amărâtă, zăpada ajunse în dreptul ghiocelului. Către el îşi plânse ea durerea grăind:

- Nimeni nu vrea să-mi dea culoarea sa.

Ghiocelul, milos, se înduioşă de soarta zăpezii şi-i zise:

- Dacă-ţi place culoarea mea albă, eu o împart bucuros cu tine.

Zăpada primi cu mulţumire darul ghiocelului. De atunci ea poartă veşmântul alb ca al ghiocelului. Drept recunoştinţă, îl lasă să scoată căpşorul afară, de cum începe să se arate primăvara.

(I. L. Mirea, ***Legende***)

1. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *alb.*
2. Transcrie din text două cuvinte cu înţeles asemănător (sinonime).
3. Exemplifică, în enunţuri, scrierea structurilor *fiindcă* şi *mie* altfel decât în text.
4. Alcătuieşte două propoziţii în care cuvintele *rugă* şi *voi* să fie alte părţi de vorbire decât în text, precizându-le.
5. Precizează funcţia sintactică a ultimelor două cuvinte din text.
6. Explică, în 3-4 rânduri, relaţia dintre cele două personaje, zăpada şi ghiocelul, aşa cum este prezentată în text.

II. Redactează o compunere narativă, de 20-25 de rânduri, în care să propui o altă explicaţie pentru culoarea albă a zăpezii. Pe parcursul compunerii, împleteşte naraţiunea cu descrierea şi dialogul.

Testul 13

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Adio plimbări pe bulevard! Iată, a sosit cea mai bună prietenă a copiilor! Prima ninsoare! De ieri seară a început să ningă cu fulgi mari şi dolofani precum florile de iasomie. Azi dimineaţă, la şcoală a fost o plăcere s-o vezi cum bate în ferestre şi cum se adună pe pervazuri; domnul învăţător privea pe geam şi îşi freca mâinile, iar noi toţi eram foarte fericiţi când ne gândeam la bulgării de zăpadă, apoi la gheaţa care avea să se formeze şi la focul din sobe, de-acasă. Numai Stardi nu se gândea la nimic din toate acestea, căci îşi ţine pumnii la tâmple, absorbit de lecţie. Ce frumuseţe, ce sărbătoare a fost când am ieşit! Toţi colegii zburdam pe stradă, şi urlam sau ne îmbrăţişam, şi luam zăpadă în palme, şi ţopăiam prin troiene precum nişte câini polari. Părinţii care aşteptau afară aveau umbrelele albe, gardienii publici aveau căştile albe, iar în câteva clipe ghiozdanele noastre au ajuns şi ele albe. Şi cu toţii eram nemaipomenit de bucuroşi…

(Edmondo de Amicis, ***Cuore***)

1. Desparte în silabe următoarele cuvinte: *tâmple, iasomie*.
2. Scrie două expresii care să includă cuvîntul *mână.*

3. Transcrie, pe foaia de concurs, litera corespunzătoare seriei în care sunt doar cuvinte cu acelaşi înţeles (sinonime) pentru sensul termenului *plăcere* din text:
   a. satisfacţie, gust, capriciu;
   b. delectare, hatâr, plac;
   c. bucurie, desfătare, încântare.
4. Precizează partea de vorbire a cuvintelor subliniate din enunţul: „a fost o plăcere s-o vezi cum bate în ferestre”.
5. Alcătuieşte două enunţuri cu alte funcţii decât cea din text pentru cuvântul *fulgi*, precizându-le.
6. Exprimă-ţi opinia, în 3-4 rânduri, în legătură cu exclamaţia: *Ce frumuseţe, ce sărbătoare a fost când am ieşit!*

II. Imaginează-ţi că eşti primul fulg de nea. Scrie o compunere de 20-25 de rânduri, în care să prezinţi impresiile legate de această experienţă inedită. Propune un titlu expresiv compunerii tale.

Testul 14

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

E lucru trist să uiţi un prieten. Nu oricine a avut un prieten. Şi s-ar putea să ajung asemeni oamenilor mari, care nu se mai gândesc decât la cifre. Aşa că iată încă un motiv pentru care mi-am cumpărat o cutie cu vopsele şi creioane. E greu, la vârsta mea, să te apuci de desenat, când niciodată n-ai mai încercat să desenezi altceva în afară de un şarpe boa întreg şi de un şarpe boa spintecat, pe când aveai şase ani! Voi căuta, fireşte, să fac portretele cele mai asemănătoare cu putinţă. Nu sunt însă tocmai sigur că voi izbuti. Câte un desen mai treacă-meargă, un altul însă nu mai seamănă defel. Mai greşesc câte puţin şi când e vorba despre înălţime.

(Antoine de Saint Exupery, ***Micul prinţ***)

1. Scrie termeni cu înţeles opus (antonime) pentru cuvintele *niciodată* şi *voi izbuti*.

2. Exemplifică, în enunţuri, scrierea structurilor *n-ai* şi *decât,* altfel decât în text.
3. Alcătuieşte două enunţuri în care să cuvântul *o* să aibă valori morfologice diferite, precizându-le.
4. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în text.
5. Alcătuieşte o propoziţie după următoarea schemă:

   A S A P C

   adjectiv subst. subst. verb subst.
6. Exprimă-ţi opinia, în 3-4 rânduri, în legătură cu gândul personajului: *S-ar putea să ajung asemeni oamenilor mari, care nu se mai gândesc decât la cifre.*

II. Scrie o compunere narativă, de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare care a însemnat pierderea unui prieten. Propune un titlu expresiv compunerii tale.

Testul 15

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Vicu se trezise de dimineaţă. Zăpada se grămădise în pervaze ca o fascinantă pisică de Angora şi parcă nimic altceva decât albeaţa, abundenţa şi calmul ei îl invita la mari excursii sufleteşti. Şi, poate, aburul cozonacilor ce-şi astâmpărau fierbinţeala în cămară. Şi, desigur, multe altele: netezimea cearşafului, caldul curcubeu al scoarţei din perete, fuga ireală a fulgilor de zăpadă din oglinda de la şifonier... Şi cartea de pe noptieră, primită în ajun cadou, răsfăţându-şi dedicaţia la vedere: „Bunului meu prieten şi coleg Vicu Cutie, din partea mea, Sandu".

Stătea lungit în pat, rotindu-şi degetele mari de la picioare şi savurându-şi preaplinul inimii lui.

— Trebuie să-i fac şi eu lui Sandu un cadou! Dar nu o carte. Ceva mai deosebit, mai acătării. Poate două cărţi. E doar ajun de An nou. Câte lucruri frumoase nu pot fi dăruite cu acest prilej! Iată, numai pe o pagină din „Informaţia", lunecată la picioarele patului, câte nu se

oferă: clipsuri, produse cosmetice, pijamale matlasate, căciuli... Generozitatea, ca un zefir, umfla pe nesimţite pînzele imaginaţiei băiatului.

(Mircea Sîntimbreanu, *Mărinimie)*

1. Propune câte un cuvânt cu sens asemănător (sinonim) pentru fiecare dintre termenii: răsfăţându-şi, generozitatea.
2. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul carte.
3. Extrage două pronume din al doilea enunţ al textului, precizându-le funcţia sintactică.
4. Alcătuieşte două enunţuri în care cuvintele calmul şi preaplinul să fie alte părţi de vorbire decât în text, precizându-le.
5. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în text.
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului: Zăpada se grămădise în pervaze ca o fascinantă pisică de Angora şi parcă nimic altceva decât albeaţa, abundenţa şi calmul ei îl invita la mari excursii *sufleteşti.*

II. Scrie o compunere, de 20-25 de rânduri, cu titlul „Cel mai fumos dar făcut lui Moş Crăciun”.

Testul 16

I. Citeşte cu atenţie textul următor şi răspunde cerinţelor:

Un negustor, umblând prin mai multe sate şi oraşe, ca să cumpere grâu, păpuşoi şi altele, într-o zi ajunse la un pod şi când era să treacă văzu un om care se odihnea acolo. Acesta era Pâcală. Negustorul, voind să afle ceva de la el, ca oricare negustor, se apropie de dânsul şi-l întrebă:

- *De unde eşti, măi creştine?*
- *Ia din sat de la noi, răspunse Pâcală.*
- *Din care sat de la voi?*
- *Iaca de acolo, tocmai de sub acel mal, arătând negustorului cu mâna spre un deal.*
- *Bine, dar ce sat e acela? Eu nu-l ştiu.*
- *Ei! Cum să nu-l ştii; e satul nostru, şi eu de acolo vin.*
- *Nu aşa, măi prostule. Eu te întreb: acel sat pe a cui moşie este şi cum îi botezat?*

- Doamne! da' nu ştii că moşiile sunt boiereşti şi ăsta-i a cuconului nostru, ce şede la Bucureşti? Iar satu-l botează popa într-o căldăruşă cu apă, cum îi scrie lui în cărţi.
Negustorul, privindu-l lung, zise în sine: Mă!... aista-i chiar Pâcală.

(I. Creangă, ***Pâcală***)

1) Descoperă şi scrie cuvinte cu înţeles opus (antonime) pentru: se apropie, acela.
2) Alcătuieşte câte un enunţ în care cuvintele noi şi vin să aibă alt înţeles decât cel din textul dat.
3) Selectează din fragmentul dat:
   a) un substantiv comun, genul neutru, numărul singular;
   b) un verb, timpul trecut, persoana a III-a.
4) Dezvoltă propoziţia simplă, "Răspunse Pâcală", într-o propoziţie dezvoltată, adăugând un complement şi un atribut.
5) Alcătuieşte o propoziţie după schema:

A	S	P	A
pronume	subst	verb +subst.	subst.

6) Transformă în vorbire indirectă primele patru replici din textul dat.

II) Imaginează-ţi că te-ai întâlnit cu Pâcală în oraşul/satul tău. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare al cărei erou a fost Pâcală. Dă un titlu expresiv compunerii tale.

Testul 17

I. Citeşte cu atenţie textul următor şi răspunde cerinţelor:

Eu l-am văzut pe Moş-Crăciun: e un moşneag
Cu barbă albă, cu cojoc şi cu toiag,
Ca toţi moşnegii care trec pe drum.
Departe, într-o ţară fermecată
În care nimeni n-a ajuns vreodată,
Stă singur cuc într-un bordei de fum.

(Otilia Cazimir, Moş Crăciun)

1) Scrieţi două cuvinte cu înţeles asemănător (sinonime) pentru substantivul "ţară".
2) Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul "fermecată".
3) Construieşte două enunţuri în care cuvântul *trec* să aibă alte două sensuri decât în text şi precizează-le.
4) Transcrie, din textul dat, două substantive însoţite de adjective.
5) Identifică funcţia sintactică a cuvintelor *un moşneag* şi *cu toiag.*
6) Explică, în 3-5 rânduri, înţelesul versurilor: *...o ţară fermecată/ În care nimeni n-a ajuns vreodată*".

II) Alcătuieşte o compunere narativă, de 20-25 de rânduri, cu titlul, "O zi în casa lui Moş Crăciun", în care să integrezi şi un portret al moşului, pornind de la sugestiile textului.

Testul 18

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Odată s-a întâlnit Minciuna cu Adevărul. Se uită ei unul la altul. Minciuna era mai vorbăreaţă, că aşa e în viaţă. Începe ea a râde de Adevăr că are picioare lungi, că-i slab şi abia-şi trage sufletul. Pe deasupra, ca să le întreacă pe toate, mai era şi nemâncat şi zdrenţăros.

Adevărul sta tăcut şi asculta. Ştia de atâta amar de vreme cu cine are a face, că era mâncat de Minciună, răstălmăcit şi batjocorit. Minciuna era grasă şi frumoasă. Numai picioarele o cam stricau, că le avea cam scurte.

- Mi-ai făcut destule în viaţa mea! i-a spus Adevărul

- Am să-ţi mai fac câteva! Iaca ne apropiem de un sat. Vine o femeie pe drum. Cine-şi arată puterea mai întâi?

- *Apoi arată-ţi-o tu mai întâi! a spus Adevărul.*

(Petru Rezuş, **Minciuna are picioare scurte**)

1. Exemplifică, în enunţuri, scrierea structurilor *odată* şi *numai* altfel decât în text.
2. Construieşte două enunţuri în care cuvântul *amar* să aibă alte două sensuri decât în text şi precizează-le.
3. Precizează ce parte de vorbire este cuvântul *i* în cele două enunţuri în care apare în text. ("*că-i slab*"; „*i-a spus Adevărul*").
4. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în următorul enunţ: *Odată s-a întâlnit Minciuna cu Adevărul.*
5. Alcătuieşte o propoziţie după următoarea schemă:

C	A	P	A	S
substantiv	adjectiv	verb	numeral	substantiv

6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului: *Începe ea [Minciuna] a râde de Adevăr că are picioare lungi, că-i slab şi abia-şi trage sufletul*.

II. Redactează o compunere, de 20-25 de rânduri, în care să continui fragmentul din textul *Minciuna are picioare scurte*. În compunerea ta vei ilustra mesajul pe care îl transmite titlul operei.

Test 19

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Iară către sfârşitul mesei, Făt-Frumos scoase năframa pe care i-a dat-o împăratul la bătălie.

- *Cum ajunse năframa mea în mâinile tale? întrebă împăratul. Eu am dat-o îngerului Domnului care ne-a ajutat la război.*
- *Ba nu, mărite împărate, mie mi-ai dat-o!*
- *Apoi dacă e aşa, tu eşti acela care ne-a ajutat?*
- *Eu, mărite împărate!*
- *Nu se poate, adăugă iute împăratul. Şi dacă vrei să te cred, arată-te aşa cum era atunci acela căruia i-am dat năframa.*

Atunci el se sculă de la masă, se duse de se îmbrăcă cu hainele cele cu soarele în piept, luna la spate şi doi luceferi în umeri, îşi lăsă părul pe spate şi se înfăţişă împăratului şi la toată adunarea.

Când îl văzură mesenii, îndată se şi minunară; Făt-Frumos era atât de mândru şi strălucitor, încât la soare te puteai uita, dar la dânsul, ba.

(***Făt-Frumos cu părul de aur***)

1. Explică rolul a două semne de punctuaţie din enunţul: *„- Nu se poate, adăugă iute împăratul.*"
2. Transcrie, din text, două cuvinte înrudite ca sens şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală).
3. Propune câte un cuvânt cu înţeles asemănător (sinonime) pentru fiecare dintre termenii: *se înfăţişă*, *mândru.*
4. Alcătuieşte două enunţuri în care cuvintele *hainele* şi *mie* să fie alte părţi de vorbire, precizându-le.
5. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în enunţul: „*Eu am dat-o îngerului Domnului*".
6. Explică, în 3-4 rânduri, înţelesul enunţului: "*Făt-Frumos era atât de mândru şi strălucitor, încât la soare te puteai uita, dar la dânsul, ba*."

II. Scrie o compunere în care să povesteşti o întâmplare de la şcoală, la care să participe un Făt-Frumos al zilelor noastre. Pe parcursul compunerii, împleteşte naraţiunea cu descrierea şi dialogul.

Test 20

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

Nu-mi amintesc locuri mai frumoase de joacă decât maidanele! Dacă se întâmpla să locuieşti în preajma unui maidan sau a unui şantier, a unui bloc în construcţie, distracţia era asigurată. Jocul preferat era un fel de concurs: cine găseşte cele mai interesante obiecte printre maldărele de moloz. Făceam echipe de câte doi-trei copii, stabileam ora la care toată lumea pornea în expediţie şi ora la care ne întorceam la locul de plecare şi dădeam startul. Făcusem chiar o expoziţie cu obiecte găsite: monede vechi, casete video, piuliţe, gloanţe şi tot soiul de vechituri care nouă ni se păreau valori. Cel mai iscusit cercetaş era un băiat de prin blocurile vecine, Florian, care avea cel mai mare succes. A găsit odată...*

(Ruxandra Tudor, ***Părinţi şi copii****,* în „Dilema veche", nr. 257, 21.01.2009)

**maidan* – teren deschis, loc gol, în interiorul sau la marginea unei localităţi

1. Propune câte un cuvânt cu sens asemănător (sinonim) pentru fiecare dintre termenii: *iscusit*, *cercetaş*.
2. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *joc.*
3. Scrie două enunţuri în care cuvintele *vecine* şi *mare* să fie alte părţi de vorbire decât cele din text, precizându-le.
4. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în text.
5. Alcătuieşte două enunţuri în care cuvântul *oră* să aibă două funcţii sintactice diferite, precizându-le.
6. Numeşte două trăsături ale copiilor, aşa cum reies acestea din text.

II. Scrie o compunere narativă, de 20-25 de rânduri, în care să îţi imaginezi continuarea textului de mai sus, având ca început ultimul enunţ. Oferă un titlu sugestiv.

Test 21

I. Citeşte cu atenţie următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

N-am să uit niciodată când am fost în Orăşelul Copiilor, în Piaţa Naţiunii, aveam vreo patru-cinci ani pe atunci. Orăşelul mi s-a părut imens. În mijloc se afla un brad până în ceruri, plin de becuri colorate, ghirlande de toate culorile, pachete mari de carton învelite în hârtie aurie, purpurie, albastră, globuri cât un cap de om, betealã groasă ca mâna. În vârf, bradul avea o stea roşie în cinci colţuri care reuşea să înroşească zăpada din tot Bucureştiul cu lumina ei. Se vindeau peste tot acadele răsucite, citronadă în sticluţe mate, frumos rotunjite.

(Mircea Cărtărescu, ***REM***)

1. Oferă câte un cuvânt cu sens asemănător (sinonim) pentru fiecare dintre termenii: *imens*, *purpurie*.
2. Alcătuieşte două enunţuri în care să foloseşti două forme diferite de plural ale cuvântului *cap*.
3. Scrie două cuvinte înrudite ca înţeles şi ca formă (din aceeaşi familie lexicală) cu termenul *stea.*
4. Scrie două forme diferite de trecut ale verbului *a uita*, la persoana I, numărul. singular.
5. Precizează funcţia sintactică a cuvintelor subliniate în text.
6. Transcrie, din text, o expresie frumoasă şi explic-o în 3-5 rânduri.

II. Scrie o compunere în care să prezinţi o întâmplare imaginară sau reală la care ai participat în Orăşelul Copiilor. Pe parcursul compunerii vei împleti naraţiunea cu descrierea.

Test 22

I. Se dă textul:

„- Nu!... nu e voie să scoţi capul pe fereastră mititelule! zice unul dintre tineri lui d. Goe, şi-l trage puţin înapoi.

- Ce treabă ai tu, urâtule? zice mititelul smucindu-se.

Şi după ce se strâmbă la urâtul, se spânzură iar cu amândouă mâinile de vergeaua de alamă şi scoate iar capul. Dar n-apucă să răspundă ceva urâtul, şi mititelul îşi trage îngrozit capul gol înăuntru şi-ncepe să zbiere:

- Mamiţoo! Mam-mare! Tanti!

- Ce e? Ce e? Sar cucoanele.

- Să oprească! zbiară şi mai tare Goe, bătând cu picioarele. Mi-a zburat pălăria! Să oprească!!”

(Ion Luca Caragiale, **D-l Goe**)

Cerinţe:

a) Elaborează un enunţ care să precizeze împrejurările în care d-l Goe şi-a pierdut pălăria (ideea principală a fragmentului);
b) Motivează reacţia copilului la sfatul tânărului călător;
c) Scrie cuvinte cu sensuri asemănătoare celor ale cuvintelor: **se spânzură, să răspunză, îngrozit, să zbiere**;
d) Scrie trei enunţuri în care cuvântul **cap** să aibă sensuri diferite;
e) Alege din textul dat substantivele, dar şi adjectivele ce pot fi substantive;
f) Alcătuieşte familia lexicală (familia de cuvinte) a cuvântului **tânăr** (6 cuvinte);
g) Descoperă în textul dat toate verbele la persoana a III-a ce exprimă comportamentul neadecvat al personajului principal şi analizează-le morfologic.

II. Imaginează-ţi un dialog civilizat între D-l Goe şi tânărul de la fereastră şi redactează-l în aproximativ 20 de rânduri.

Test 23

I. Se dă textul:

„Peste dealuri zgribulite,
Peste ţarini zdrenţuite,
A venit aşa, deodată
Toamna cea întunecată.
Lungă, slabă şi zăludă,
Botezând natura udă
C-un mănunchi de ciumafai,
Când se scutură de ciudă,
Împrejurul ei, departe,
Risipeşte-n evantai
Ploi mărunte,
Stropi de tină,
Guturai...
Şi cum vine de la munte,
Blăstămând
Şi lăcrimând,
Toţi ciulinii de pe vale
Se pitesc prin văgăuni,
Iar măceşii de pe câmpuri
O întâmpină în cale
Cu grăbite plecăciuni...”

(George Topârceanu, **Balada unui greier mic**)

Cerinţe:

a) Comentează versurile;
b) Selectează două expresii frumoase şi motivează alegerea lor;
c) Scrie două cuvinte cu înţeles asemănător cuvintelor: **ciudă, guturai, plecăciuni**;
d) Alcătuieşte familia de cuvinte a termenului **slabă** (9 cuvinte);
e) Analizează gramatical predicatele verbale din text;
f) Realizează schema lineară a ultimei propoziţii din versurile de mai sus;
g) Exemplifică alte două funcţii sintactice ale cuvântului **evantai** (după ce precizezi funcţia sintactică din text).

II. Selectează toate substantivele însoţite de adjective şi precizează care dintre însuşirile respective umanizează substantivul. Alcătuieşte un text descriptiv în care să le introduci pe cele din urmă.

Test 24

I. Se dă textul:

„-Auzi, tu, soră, grăi Ana către sora mijlocie, dacă m-ar lua pe mine, i-aş frământa o pâne, din care mâncând ar fi tot june şi voinic, mai voinic decât toţi voinicii din lume.

- Eu, zice Stana, dacă pe mine m-ar lua, i-aş toarce, i-aş ţese şi coase o cămaşă pe care, îmbrăcând-o, s-ar putea lupta cu zmeii, trecând prin apă fără ca să se ude, trecând prin foc fără ca să se ardă.

- Iar eu, grăi Lăptiţa, cea mai tânără soră, dacă i-aş fi soţie i-aş face doi feţi frumoşi, gemeni, cu părul de aur şi cu stea în frunte, ştii ca luceafărul din zori...

- Sfântă-ţi fie vorba şi a mea să fii, soţie de împărat! grăi feciorul de împărat ridicând la sine în şa pe Lăptiţa, cu căpşuni cu tot...

- Şi tu a mea! grăi cel dintâi voinic către Stana.

- Şi tu a mea! grăi al doilea voinic către Ana, ridicând-o şi pe ea în şa."

(Ioan Slavici, **Doi feţi cu stea în frunte**)

Cerinţe:

a) Scrie ideile principale ale textului dat;
b) Care din darurile pe care doreau să le facă fetele celor trei feciori, crezi că era mai valoros şi de ce?
c) Formulează două propoziţii în care cuvântul **lupta** să fie părţi de vorbire diferite;
d) Scrie cuvinte cu sensuri asemănătoare celor ale cuvintelor **a grăi, june, soţie**;
e) Scrie propoziţii în care să utilizezi corect cuvintele şi ortogramele **sar/s-ar, iar/i-ar**;
f) Analizează gramatical cuvintele subliniate în textul dat;
g) Scrie cinci cuvinte înrudite pentru cuvântul **vorbă** (familia lexicală).

II. Redactează răspunsul, în 10-15 rânduri, la următoarea întrebare: Ce însuşiri ieşite din comun (supranaturale) aveau darurile promise de fete şi ce sentimente umane fac posibilă realizarea visurilor?

Test 25

I. Se dă textul:

„Racul, broasca şi o ştiucă
Într-o zi s-au apucat
De pe deal în iaz s-aducă
Un sac de grâu încărcat.
Şi la el toţi se înhamă:
Trag, întind, dar iau de seamă
Că sacul stă neclintit,
Căci se trage neunit.
Racul înapoi se da,
Broasca tot în sus sălta,
Ştiuca foarte se izbea
Şi nimic nu isprăvea;
Nu ştiu cine-i vinovat;
Însă pe cât am aflat,
Sacul în iaz nu s-a tras,
Ci tot pe loc a rămas."

(Al. Donici, **Racul, broasca şi ştiuca**)

Cerinţe:

a) Elaborează în cuvinte proprii învăţătura desprinsă din text;
b) Precizează personajele, timpul, locul şi cauza care determină desfăşurarea acţiunii din textul dat;
c) Scrie cuvinte cu sensuri asemănătoare celor ale cuvintelor: **se izbea, isprăveau, iau de seamă**;
d) Alcătuieşte două propoziţii cu sensuri diferite ale cuvântului **broască**;
e) Descoperă cinci verbe care exprimă acţiuni comune făcute de cele trei personaje ale fabulei şi analizează-le gramatical;
f) Scrie cinci termeni înrudiţi cu substantivul **vină** (familia de cuvinte);
g) Analizează gramatical subiectele şi predicatele propoziţiilor care exprimă acţiunile caracteristice personajelor.

II. Redactează un text care să răspundă la întrebarea: „Dacă fiecărui animal – personaj al fabulei de mai sus i-ai găsi un corespondent în lumea umană, ce însuşiri ai putea să-i atribui?"

Test 26

I. Citeşte cu atenţie textul următor şi răspunde cerinţelor:

,,Aseară, prin grădina amorţită
Din tufe de pelin cu frunze mici
A apărut în taină un arici,-
O mică vietate ghemuită.
Copiii l-au zărit de pe cerdac
Cum se mişca domol pe sub gutui,
Şi toţi au alergat în jurul lui.
Iar el a-ncremenit pe loc, posac,
Cum îl prinsese vremea pe cărare,
Ca o perniţă sferică în care o fată rea
O fată rea, ca să se joace
A-nfipt o sumedenie de ace"

(George Topîrceanu -,,Ariciul")

1. Scrie cuvinte cu sens opus pentru cuvintele următoare: amorţită, domol, posac, a apărut.
2. Alcătuieşte câte un enunţ în care substantivul,,grădină" să îndeplinească funcţiile sintactice de subiect, atribut şi complement.
3. Analizează gramatical cuvintele subliniate: din tufe, ghemuită, au zărit, el, de ace.

II. Alcătuieşte o compunere de cel puţin 25 de rânduri,în care să povesteşti o întâmplare cu un animal. Alege un titlu potrivit.

Test 27

I. Citeşte următorul text, pentru a putea răspunde cerinţelor:

”Puiul a învăţat de la oameni să se poarte, să simtă, să se veselească şi să se întristeze ca oamenii. A învăţat acrobaţia şi gimnastica, să se joace cu mingea, să facă tumbe. El era ursul alb, desprins de gheţurile polare, deprins să se joace şi să primească aplauze. Şapte ani, numele lui a trecut din ţară în ţară, a fost bucuria copiilor şi minunea oamenilor mari.

Acum, pe neaşteptate, Fram lâncezeşte în cuşca lui din fundul menajeriei, neînţelegând ce se petrece cu el. Acum se dezmorţesc amintirile vechi: făptura mare şi blândă care îl alăpta în peşteră, apa nesfârşită, verzuie, cu sloiuri plutitoare…”.

(Cezar Petrescu***, Fram, ursul polar***)

1. Scrie patru cuvinte din aceeaşi familie cu cuvântul ***a învăţa.***
2. Construieşte două enunţuri în care cuvântul ***poartă*** să aibă înţelesuri diferite.
3. Analizează gramatical cuvintele subliniate în text
4. Scrie opusul cuvintelor: întristat, să primească, vechi, amorţit, neînţelegere.
5. Construieşte enunţuri în care substantivul ***peşteră*** să aibă pe rând rol de subiect, atribut şi complement.

II. Redactează o compunere de 20-25 de rânduri, în care să povesteşti o întâmplare deosebită, în care personajul principal să fie animalul preferat. Vei da compunerii tale un titlu expresiv.

Concurs de matematică “EUCLID”

EDIŢIA a XI-a

Comisia de concurs

Preşedinte de onoare:
prof. univ. dr. Mihai Anastasiei

Preşedinte:
prof. Nelu Tudorache – director

Vicepreşedinte:
prof. Ecaterina Ursu – director adjunct

Membri:
prof. Bodron Dochia
prof. Grigoraş Julieta
prof. Leontieş Rodica
prof. Nistor Alina
prof. Nistor Gheorghiţă
prof. Sava Angela
prof. Ungureanu Sînziana
prof. Ţugurlan elena Zoe

Secretari:
prof. Cojocariu Beatris
inf. Cojocaru Gabriela Cătălina
ing. Ionenscu Mihaela

Autori

Coordonator clasele III – IV:
prof. Nelu Tudorache

Propunători probleme:
Inst. E. Craus *(14, 37, 38, 86, 87)*
Înv. M. Ianoş *(19, 66 - 72, 113 - 115, 123 - 126)*
Înv. S. Ivolschi (*4 - 6, 25 - 27, 51 - 56*)
Înv. T. Pantazi (*1 - 3, 15 - 18, 24, 48 - 50*)
Înv. T. Iliescu (*7 - 12, 28 - 32, 57 - 65, 112*)
Înv. D. Surdu (*73 - 81, 127, 128, 130*)
Înv. S. Radu (*13, 20, 33 - 36, 82 - 85, 116, 129*)
Prof. N. Tudorache (*39, 40, 88 - 91*)

Problemele *21–23, 41–47, 92–111, 117–122* sunt reeditate din ediţia 2010.

Clasa a V-a: prof. Ţugurlan Elena Zoe
prof. Grigoraş Julieta

Clasa a VI-a prof. Nistor Alina
prof. Ungureanu Sînziana

Clasa a VII-a: prof. Ursu Ecaterina – algebră
prof. Sava Angela – geometrie

Clasa a VIII-a prof. Bodron Dochia
prof. Nistor Gheorghiţă

Tehnoredactare:
Ing. Mihaela Ionescu

Subiecte date la ediţiile anterioare

EDIŢIA a X-a
1 aprilie 2010

Clasa a III–a

SUBIECTUL I

Ştiind că: a=24+35:7-8; b=50-4x 9-5; c=60-(54:6+4x12), află (a+b)xc=?

SUBIECTUL II

Suma vârstelor membrilor unei familii compusă din cinci persoane este 76. Află vârsta fiecăruia, ştiind că vârsta mamei este egală cu a tatălui, iar vârsta celor trei copii este reprezentată prin trei numere naturale consecutive, suma lor fiind 12.

Câţi ani are fiecare membru al familiei?

SUBIECTUL III.

Păcală şi Tândală au pornit spre târg, având fiecare câte un sac de pepeni (pepenii sunt de aceeaşi greutate). Pe drum, Tândală a început să se plângă de greutatea sacului său.

- Nu te mai văita degeaba, îi spuse Păcală. Uite, dacă cineva ar lua un pepene din sacul tău, eu aş căra o greutate de două ori mai mare ca tine, iar dacă eu ţi-aş da un pepene de la mine, am avea de dus greutăţi la fel de mari.

Câţi pepeni avea în sac fiecare personaj?

Barem de corectare clasa a III-a

SUBIECTUL I

Calculează 35:7 ……..……. 2p
Calculează 24 + 5 ..……..……. 1p
Finalizare a = 21 ..…..……..……. 2p
Calculează 4 x 9 ……..……. 2p
Calculează 50 – 36 ……..……. 1p

Finalizare b = 9 ……. 2p
Calculează 54:6 ……. 2p
Calculează 4 x 12 ……. 4p
Paranteza ……. 2p
Finalizare c = 3 ……. 2p
Calculează (a+b) ……. 5p
Finalizare ……. 5p
(*30 puncte*)

SUBIECTUL II.
Scrie relaţia sumei vârstelor membrilor familiei ..…… 5p
Scrie relaţia sumei vârstelor copiilor …… ……. 5p
Determină suma vârstelor părinţilor ..…… ……. 10p
Determină vârsta fiecărui părinte ……. 4p
Determină vârsta fiecărui copil ……. 6p
(*30 puncte*)

SUBIECTUL III.
Scrie relaţia: T – 1 ……. 5p
Scrie relaţia: 2(T – 1) ……. 5p
Scrie relaţia: T + 1 ……. 3p
Scrie relaţia: P – 1 ……. 3p
Egalizează ultimele două relaţii: P – 1 = T + 1 ……... 3p
Concluzionează: P = T + 2 ..…… 1p
Scrie relaţia: 2(T – 1) = T + 2 ……... 3p
Efectuează calculele în relaţia 2T – 2 = T + 2 ……. 3p
Află: T = 4 pepeni ……. 1p
(*30 puncte*)
Oficiu – 10 puncte

Clasa a IV-a

Problema 1 (*40 puncte*)

a) Scrieţi toate numerele naturale de patru cifre distincte, care au cifra zecilor 7 şi suma cifrelor 11.
b) Suma a două numere naturale este 999. Dacă adunăm 3 la fiecare din cele două numere, iar apoi le înmulţim cu 2, cât va fi suma numerelor obţinute?

Problema 2 (*25 puncte*)

Fie trei numere naturale diferite de zero. Dacă se împarte primul număr la al doilea, se obţine câtul 3 şi restul 3, iar dacă se împarte al treilea la al doilea se obţine câtul 5 şi restul 2.

Ştiind că diferenţa dintre al treilea şi primul număr este 121, aflaţi cele trei numere.

Problema 3 (*25 puncte*)

Acum, suma vârstelor mamei şi fiului este cu 4 ani mai mare decât vârsta tatălui. Peste 9 ani , fiul va avea o treime din vârsta mamei şi toţi trei împreună vor avea 115 ani. Ce vârstă are fiecare acum?

Din oficiu - 10 puncte

Barem corectare clasa a IV-a

Problema 1 (*40 puncte*)

a) Scrie forma numărului $\overline{ab7c}$ ……...…… 4 p
Deduce că a+b+c = 4 …..……. 8 p
Scrie soluţiile 1073; 1370; 3071; 3170 ……...… 8 p (2 p/soluţie)
b) Scrie a+b = 999 ……...… 2 p
Scrie (a+3)·2+(b+3)·2 sau justifică……...…. 12 p
Află suma numerelor obţinute: 2010……...…. 6 p

Problema 2 (*25 puncte*)

Reprezentarea grafică…….…..……..10 p
Deduce că 2p+2 = 124, p = 61 ……7 p
Află numerele: 186; 61; 307 ……. 8 p

Problema 3 (*25 puncte*)

Reprezentarea grafică …….…… 4 p
Din fig.2 deduce ca suma vârstelor acum a celor trei este 115-27=88..4 p
Folosind fig.1 află că vârsta tatălui este 42 de ani, iar suma vârstei mamei şi a fiului este 46 de ani…….……. 6 p
Află că peste 9 ani suma vârstelor mamei şi a fiului este 64 de ani ... 4 p
Află că peste 9 ani mama are 48 de ani, iar fiul 16 ani ……. 4 p
Finalizare: tata: 42 ani, mama: 39 ani, fiul: 7 ani …….…….. 3 p

Notă: *Oricărei alte soluţii corecte i se va acorda punctaj maxim*.

Clasa a V-a

SUBIECTUL I

Determinaţi suma numerelor naturale mai mici decât 2000, care împărţite la 49 dau câtul egal cu restul.

30 puncte

SUBIECTUL II

Fie mulţimile: $A=\{x\in N|\ \frac{11}{2x+1}$ este fracţie supraunitară$\}$ şi $B=\{x\in N|\ x = 2a,\ a\in N$ şi $a \leq 4\}$. Calculaţi $A\cup B$ şi $(A\cap B)\cup(B\setminus A)$.

30 puncte

SUBIECTUL III

Un număr de 1236 de cifre este scris cu cifrele 1, 2 şi 3 şi cu 12 zerouri. Numărul de apariţii al cifrei 1 este de două ori mai mic decât numărul de apariţii al cifrei 2 şi de trei ori mai mic decât numărul de apariţii al cifrei 3. Aflaţi suma cifrelor numărului.

30 puncte

Oficiu – 10 puncte

Barem de corectare clasa a V-a

SUBIECTUL I.

Teorema împărţirii cu rest.....5p
D=Cx49+R, R<49, R=C……10p
D=49xC+C, D<2000……...5p
D este 50x0, 50x1, 50x2, … , 50x39……..….5p
Calculează suma 39000……...5p

(*30 puncte*)

SUBIECTUL II.

2x+1<11……..5p
A={0,1,2,3,4}……..5p
a∈{0,1,2,3,4}……...5p
B={1,2,4,8,16}……5p
A∪B…….……5p
(A∩B)∪(B\A).....5p

(*30 puncte*)

SUBIECTUL III.

Numărul apariţiilor cifrelor 1, 2 şi 3 este 1235-12.....10p
Cifra 1 apare de a ori, cifra 2 de 2a ori, cifra 3 de 3a ori.....5p
a+2a+3a=1224……..……..5p
a=204……..……5p
Suma cifrelor este 2856…….……5p

(*30 puncte*)

Oficiu – 10 puncte

NOTĂ: *Orice altă soluţie corectă se notează cu punctaj corespunzător*

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I.

Fie ABCD un pătrat, AB = 6 cm, E un punct în interiorul pătratului astfel încât ΔBEC = echilateral.

a) Aflaţi $m(A\hat{E}B)$
b) Aflaţi $m(A\hat{E}D)$
c) Calculaţi lungimea perpendicularei dusă din E pe AB.

35 puncte

SUBIECTUL II.

Fie x, y, z numere naturale nenule, astfel încât: $\frac{xy+yz}{2xz}=\frac{66}{35}$; $\frac{3zy}{x^2+xz}=\frac{55}{28}$; $\frac{3z^3}{x^2y+xyz}=\frac{125}{308}$. Aflaţi x, y, z ştiind că $x^2+y^2+z^2=4875$.

35 puncte

SUBIECTUL III.

M-am trezit noaptea şi m-am uitat la ceas. Arăta ora 2. Apoi mi-am dat seama că ceasul era oprit. L-am întors şi am adormit din nou. Când m-am trezit, la radio s-a anunţat ora 7, în timp ce ceasul meu indica ora 5:30. La ce oră m-am trezit noaptea ?

20 puncte

Oficiu – 10 puncte

Barem de corectare clasa a VI-a

SUBIECTUL I.

a) Găseşte $m(A\hat{E}B) = 75^o$ …….……. 10p

b) Găseşte $m(D\hat{A}E) = m(A\hat{D}E) = 15^o$ ……..……..…. 10p

c) Găseşte $m(A\hat{E}D) = 150^o$ …….. 5p

d(E,AB) = 3 cm ……..…..… 10p

(*35 puncte*)

SUBIECTUL II.

Scrie: $\frac{y(x+z)}{2xz} = \frac{66}{35}$ ……..…… 5p

$\frac{3zy}{x(x+z)} = \frac{55}{28}$ ……..……. 5p

$\frac{3z^3}{xy(x+z)} = \frac{125}{308}$ ……..… 5p

Calculează: $\frac{3y^2}{2x^2} = \frac{66}{35}\cdot\frac{55}{28} \Rightarrow \frac{3y^2}{2x^2} = \frac{33\cdot 11}{7\cdot 14} \Rightarrow y^2 = \frac{11^2\cdot x^2}{7^2}$ ……. 5p

$\frac{3z^2}{2x^2} = \frac{66}{35}\cdot\frac{125}{308} \Rightarrow \frac{3z^2}{2x^2} = \frac{3}{7}\cdot\frac{25}{14} \Rightarrow z^2 = \frac{25^2\cdot x^2}{7^2}$ ……. 5p

$x^2 + \frac{11^2\cdot x^2}{7^2} + \frac{25\cdot x^2}{7^2} = 4975$ ……..……. 5p

$\left.\begin{array}{l} x^2 = 49\cdot 25 \Rightarrow x = 35 \\ y = 55 \\ z = 25 \end{array}\right\}$ ……. 5p

(35 puncte)

SUBIECTUL III.

Calculează diferenţa 7 – 5:30 = 1 oră şi jumătate (1:30) ……. 5p

Calculează 2 + 1:30 = 3:30 …….. 5p

Concluzie: ora la care s-a trezit este 3:30 …….. 10p

(*20 puncte*)

Oficiu – 10 puncte

NOTĂ: *Orice altă soluţie corectă se notează cu punctaj corespunzător*

Clasa a VII–a

SUBIECTUL I.

a) Aflaţi numerele de două cifre $\overline{xy}$, x < y astfel încât $\sqrt{\overline{xy}+\overline{yx}-6(x+y)}\in N$.

b) În triunghiul ΔABC, înălţimea BE, BE ⊥ AC, E∈(AC) are lungimea egală cu lungimea laturii AC. Pătratul MNPD are vârfurile situate pe laturile triunghiului astfel încât M∈(AB), D∈(BC) şi N, P∈(AC). Dacă BE=AC=$a\sqrt{3}$, demonstraţi că dublul ariei pătratului este egală cu aria ΔABC.

30 puncte

SUBIECTUL II.

Arătaţi că dacă $x^2+y^2=6xy$, unde x>y>0, atunci raportul dintre diferenţa şi suma dintre $\sqrt{x}$ şi $\sqrt{y}$ are valoarea $\sqrt{2}$ -1.

30 puncte

SUBIECTUL III.

În triunghiul ΔABC m($\angle$ A)=90º iar E şi F sunt mijloacele laturilor [AB], respectiv [BC]. Ştiind că AC=4cm şi că AF ⊥ CE aflaţi lungimile laturilor AB şi BC.

30 puncte

Oficiu – 10 puncte

Barem de corectare clasa a VII–a

SUBIECTUL I. (*30p*)

a) $\sqrt{\overline{xy}+\overline{yx}-6(x+y)}\in N \Rightarrow \sqrt{11(x+y)-6(x+y)}=\sqrt{5(x+y)}$ …… 5p

$\sqrt{5(x+y)}\in N \Rightarrow x+y=5$ ……..……..... 5p

$\overline{xy}\in\{14,23\}$……..…….. 5p

b) Notez latura pătratului cu l şi BE ∩ MD={F}

ΔBMD~ΔBMD $\Rightarrow \frac{MD}{AC}=\frac{BF}{BE}$ ……..2,5p

Înlocuind se obţine $\frac{l}{a\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}-l}{a\sqrt{3}}$ ……2,5p

Rezolvă ecuaţia $\Rightarrow l = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ……...2,5p

Află $A_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}\cdot a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2}{2}$ ……2,5p

$A_{MNPD} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$ ……2,5p

Finalizare $A_{\Delta ABC} = 2\cdot A_{MNPD}$ ……...……..……2,5p

SUBIECTUL II.(*30p*)

Scrie $(x-y)^2 = 4xy \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right) = 2\sqrt{xy}$ ……...…. 10p

Scrie $(x+y)^2 = 8xy \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2 = 2\sqrt{xy}(\sqrt{2}+1)$ ……..……. 10p

Scrie raportul $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{xy}}{2\sqrt{xy}(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$ …….10p

SUBIECTUL III.(*30p*)

AF şi CE mediane, $AF \cap CE = \{G\} \Rightarrow BG \subset BM$ ……. 5p

Află GM = 2cm şi notează AG=2x, GF = x ……..……..… 5p

BG = 4cm GC=2y, EG = y

Aflăm din T.c. în ΔAEC $\Rightarrow y = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ …… 5p

Aflăm din T.h. în ΔAEC $\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ …… 5p

Aflăm AE cu T.P. în ΔAGE, $AE = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$ ……..…… 5p

Află $BC = 4\sqrt{3}$ ……..…. 5p

Oficiu – 10 puncte

<u>Clasa a VIII-a</u>

SUBIECTUL I

a) Să se determine funcţia f : R → R, f(x) = ax+b, a < 0, care verifică condiţiile: $f\left(\sqrt{2}\right)\cdot f\left(-\sqrt{2}\right) = f^2(0) - 2$ şi A(-3,5) aparţine graficului funcţiei.

b) Pentru a = –1 şi b = 2, aflaţi valoarea produsului P = f(0)·f(1)·…· f(2010).

30 puncte

SUBIECTUL II

Fie a,b∈R astfel încât a + b = 2010 şi $a^2 + b^2 = 2010^2$.

a) Aflaţi a·b, $a^3 + b^3$, $a^4 + b^4$.

b) Arătaţi că numărul N = $(a^5+b^5)+(a^4+b^4)+\ldots+(a+b)$ nu este pătrat perfect.

30 puncte

SUBIECTUL III

În SABC o piramidă triunghiulară regulată, de bază ABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, SM ⊥ SA şi SA = $6\sqrt{2}$ cm.

a) Arătaţi că AB = 12 cm.

b) Calculaţi volumul piramidei SABC,

c) Fie punctele A' şi B' mijloacele muchiilor SA, respective SB, iar P şi Q proiecţiile punctelor A' şi B' pe planul (ABC). Aflaţi aria ΔCPQ.

30 puncte

Oficiu – 10 puncte

<u>Barem de corectare clasa a VIII-a</u>

SUBIECTUL I.

a) $f\left(\sqrt{2}\right)$ …….. 3p

$f\left(-\sqrt{2}\right)$ ……... 3p

$f(0)$ ……. 3p

$a^2 = 1$, a < 0 ……. 5p

$f(-3) = 5$ ……..…….. 2p

b = 2 ……..…….. 3p

f(x) = – x + 2 ……... 1p

b) f(2) = 0 ……..…….. 6p

P = 0 ……. 4 p

(*30 puncte*)

SUBIECTUL II.

a) a·b = 0 …… 5p

$a^3 + b^3 = 2010^3$ …….. 5p

$a^4 + b^4 = 2010^4$ ……..….. 5p

b) $a^5 + b^5 = 2010^5$ …….. 5p
$N = 2010^5 + 2010^4 + \ldots + 2010$
$N \vdots 5$ dar $N \not\vdots 52 \Rightarrow$ nu este pătrat perfect …….……..... 10p

(*30 puncte*)

SUBIECTUL III.

a) AB = 12 cm ……..10p

b) $V = 72\sqrt{2}$ cm^3 ……..…10p

c) P mijlocul [AO]…… 2p
Q mijlocul [BO]…… 2p
$A_{\Delta CPQ} = 15\sqrt{3}$ cm^2 ……..……. 6p

(*30 puncte*)

Oficiu – 10 puncte

NOTĂ: *Orice altă soluţie corectă se notează cu punctaj corespunzător*

ECHIPAJE

SUBIECT CLASA a V-a

1. Trei prieteni au cumpărat împreună o minge. Primul a dat $\frac{1}{5}$ din sumă, al doilea $\frac{3}{5}$ din rest iar al treilea restul de 8 lei. Care a fost preţul mingii?
2. Numerele naturale a, b, c împărţite respectiv la 5, 6, 7 dau acelaşi cât şi acelaşi rest. Aflaţi numerele ştiind că suma lor este 66.

20 puncte

SUBIECT CLASA a VI-a

1. Dintr-un grup de elevi 6 sunt din clasa a VI-a A (4 fete şi 2 băieţi) iar 8 sunt din clasa a VI-a B (5 băieţi şi 3 fete). Care este probabilitatea ca alegând la întâmplare un elev acesta să fie:
   a) fată ?
   b) băiat ?
   c) fată din clasa a VI-a A ?
   d) băiat din clasa a VI-a B ?
2. Unghiurile AÔB şi BÔC sunt adiacente, [OD şi respectiv [OE sunt bisectoarele lor. Dacă $m(B\hat{O}C) = 5 \cdot m(A\hat{O}B)$ şi $m(D\hat{O}E) = 60^o$, aflaţi:
   a) $m(A\hat{O}B)$

b) m(B $\hat{O}$ C)

c) m(A $\hat{O}$ E)

20 puncte

SUBIECT CLASA a VII-a

1. a) Dacă a = $5^2 + 7^2$ scrieţi a^2 ca sumă de două pătrate perfecte.

b) Arătaţi că dacă un număr se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte atunci şi pătratul său se poate scrie tot ca sumă de două pătrate perfecte.

2. Fie a,b,c lungimile laturilor unui triunghi. Se notează h_a, h_b, h_c lungimile înălţimilor corespunzătoare laturilor. Dacă $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2}$ atunci arătaţi că triunghiul dat este dreptunghic.

20 puncte

SUBIECT CLASA a VIII-a

1. Determinaţi numerele reale x, y, z care verifică relaţia: $z^2 + \sqrt{9x^2 - 42x + 49} + |y^2 - 4| = 6z - 9$.
2. Se consideră paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' în care AB=40 cm, AD=15 cm şi A'A=48 cm. Fie E mijlocul segmentului AB şi F mijlocul segmentului CC'. Aflaţi:
   a) Distanţa de la F la DE
   b) Măsura unghiului dintre planele (DEF) şi (ABC).

20 puncte

Barem de corectare ECHIPAJE

CLASA a V-a

1. p – preţul

Primul copil: $\frac{p}{5}$, rest $\frac{4p}{5}$ …… 3p

Al doilea copil: $\frac{12p}{25}$ …… 2p

$\frac{p}{5} + \frac{12p}{25} + 8 = p$ …… 3p

p = 25 …… 2p

2. a=5k+r, 0≤r<5; b=6k+r, 0≤r<6; c=7k+r, 0≤r<7 ……..… 4p
a + b + c = 18k + 3r ……. 1p
18k + 3r = 60 ……..…… 2p
a = 19; b = 22; c = 25 ..……...……. 3p

(*20 puncte*)

CLASA a VI-a

1. a) $\frac{1}{2}$ ……..……. 2,5p

b) $\frac{1}{2}$ ……...…….……. 2,5p

c) $\frac{2}{7}$ ……. 2,5p

d) $\frac{5}{14}$ ……..……. 2,5p

2. m(AÔD) = m(DÔB) = x; m(BÔE) = m(EÔC) = y
y = 5x ……...… 2p
x = 10; y = 50 ……..……... 2p

a) m(A Ô B) = 20º ……..……...… 2p

b) m(B Ô C) = 100º ……..…...……..…… 2p

c) m(A Ô E) = 70º ……..… 2p

(*20 puncte*)

CLASA a VII-a

1. a) $a^2 = (5^2 - 7^2)^2 + (2\cdot5\cdot7)^2$ ……..……..…. 4p
b) $a^2 = (x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$ ..……...……. 3p
c) $a^2 = (x^2 - y^2) + (2xy)^2$ ……..……..……. 3p

2. $S = \frac{a\cdot h_a}{2} = \frac{b\cdot h_b}{2} = \frac{c\cdot h_c}{2}$ ……..… 2,5p

$h_a = \frac{2S}{a}$; $h_b = \frac{2S}{b}$; $h_c = \frac{2S}{c}$ ……..……..…… 2,5p

$\frac{a^2}{4S^2} = \frac{b^2}{4S^2} + \frac{c^2}{4S^2}$ …… 2,5p

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$ triunghi dreptunghi ……..…….. 2,5p

(*20 puncte*)

CLASA a VIII-a

1. $z^2 - 6z + 9 = (z-3)^2$ ……..…….…. 2p

$$\begin{cases} (z-3)^2 = 0 \\ 9x^2 - 42x + 49 = 0 \\ y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$ ……..…….…..... 4p

$$\begin{cases} x = \frac{7}{3}; y = +2; \ z = 3 \\ x = \frac{7}{3}; y = -2; \ z = 3 \end{cases}$$ ...……..……. 4p

2. a) Aplică teorema celor 3 perpendiculare …….. 3p

$$\begin{cases} CM = 24 \\ FM = 24\sqrt{2} \end{cases}$$, unde CM ⊥ DE ...……... 3p

b) Determină unghiul planelor ..……. 2p

Unghiul are 45º ……..…..……..……..…..… 2p

(*20 puncte*)

NOTĂ: *Orice altă soluţie corectă se notează cu punctaj corespunzător*

EDIŢIA a IX-a

2009

Clasa a III-a

1. a) Se consideră următorul şir de numere: 801, 395, 189, 703, 195, 119, 311. Să se ordoneze numerele în ordinea crescătoare a cifrelor lor. Explicaţi aşezarea numerelor.
   b) Un muncitor trebuie să taie două scânduri, una de 7 m şi una de 5 m, în bucăţi de câte 1 m. Câte tăieturi va face muncitorul ? Explicaţi răspunsul.

2. Suma a trei numere este 68. Diferenţa primelor două este 5, iar al doilea număr împărţit la al treilea dă câtul 3. Să se afle numerele.

3. Nasul lui Pinocchio măsoară 2 cm. După ce spune o minciună el spune întotdeauna un adevăr. La fiecare minciună pe care o spune nasul creşte cu 2 cm iar la fiecare adevăr scade cu 1 cm. După câte minciuni şi câte adevăruri spuse, nasul lui Pinocchio va măsura 8 cm?

Clasa a IV-a

1. a) Se dau numerele: $\boldsymbol{x}$ = [(240:8+670):2x8-1699]:3+3
   $\boldsymbol{y}$ = [(116-56:8)x7-519]:4-6x9.
   Să se calculeze suma, diferenţa şi produsul numerelor x şi y.
   b) Trei copii au împreună 24 de ani. Câţi ani vor avea împreună peste 5 ani?

2. Nouă jetoane numerotate de la 1 la 9 sunt aşezate cu faţa în jos. După ce a luat 4 jetoane din cele 9, Dan îi spune lui Mihai : dacă iei şi tu 4 jetoane, la întâmplare, din cele rămase, atunci suma numerelor de pe ele este sigur pară. Care este suma numerelor de pe jetoanele lui Dan?

3. Suma a trei numere este mai mică decât 73, iar ultimul este cel mai mare. Suma ultimelor două numere este cu 20 mai mare decât suma dintre primul şi al treilea număr. Ştiind că suma primelor două numere este 40, să se afle al treilea număr.

Clasa a V-a

1. Se dau numerele: $x = 1^9+2^9+3^9+ \ldots. +2009^9$
$y = 2009^1+ +2009^2+2009^3+ \ldots. +2009^9$.
Stabiliţi dacă produsul $x \cdot y$ este număr par sau impar.

2. Suma a trei numere naturale este 55. Dacă împărţim al doilea număr la primul se obţine câtul 4 şi restul 2, iar dacă împărţim pe al treilea la al doilea obţinem câtul 4 şi restul 3. Aflaţi numerele.

3. Fie mulţimile: $\boldsymbol{A}=\{a\in N \mid a=5n+2, \ n\in N\}$, $\boldsymbol{B}=\{a\in N \mid a=5n+3, \ n\in N\}$, $\boldsymbol{C}=\{a\in N \mid a= n^2, n\in N\}$
   a) Scrieţi câte trei elemente pentru fiecare din mulţimile $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$
   b) Arătaţi că suma $a+b$ este divizibilă cu 5, oricare ar fi a din $\boldsymbol{A}$ şi b din $\boldsymbol{B}$.
   c) Arătaţi că $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B})\cap \boldsymbol{C}=\Phi$

Clasa a VI-a

1. a) Calculaţi $\mathbf{S}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 4}+\frac{3}{4\cdot 7}+....+\frac{44}{947\cdot 991}$
   b) determinaţi numerele naturale x, y, z ştiind că expresia $\mathbf{E}=\frac{\overline{x,yz}+\overline{y,zx}+\overline{z,xy}}{0,37}$ este cel mai mic pătrat perfect nenul, iar y este media aritmetică a numerelor x şi y.

2. Se consideră unghiul AOB, iar semidreptele $[OM_1$, $[OM_2$, $[OM_3$, $[OM_4$ şi $[OM_5$ sunt bisectoarele unghiurilor AOB, M_1OB, M_2OB, M_3OB şi M_4OB respectiv. Dacă măsura unghiului M_2OM_5 este de $39^0 12'$ atunci:

a) Aflaţi măsura unghiului AOB
b) Aflaţi măsura unghiului BOC, [OC fiind semidreapta opusă semidreptei [OA.

3. Determinaţi toate perechile de numere naturale a şi b cu $a>b$ ştiind că c.m.m.m.c. al lor este mai mare decât c.m.m.d.c. al lor cu 26.

Clasa a VII-a

1. a) Arătaţi că numărul $\sqrt{4^k \cdot 49 + 2^{2k+3} \cdot 11 - 2^{2k} \cdot 88}$ este natural, oricare ar fi $k \in N$.

b) Fie $a = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + ...\sqrt{200}$. Aflaţi cel mai mare număr întreg mai mic decât a.

2. Fie $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot .... \cdot \frac{2007}{2008}$ şi $B = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot .... \cdot \frac{2008}{2009}$

a) Arătaţi că $A \cdot B = \frac{1}{2009}$

b) $\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2}$, oricare ar fi n număr natural

c) $A < B$

3. În trapezul ABCD, $AB \parallel CD$, se notează M şi N mijloacele bazelor, $M \in (AB)$, $N \in (CD)$, iar P şi Q sunt mijloacele diagonalelor DB, respectiv AC.

a) Arătaţi că MPNQ este paralelogram

b) Arătaţi că dreapta PQ este paralelă cu bazele trapezului.

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

1. Determinaţi perechile de numere întregi (x,y), care verifică relaţia: $|2x-1|+|y+1|=4$.

2. Fie [a,b] un interval de numere reale care conţine exact 4 numere întregi.
   a) Determinaţi cea mai mare valoare pe care o poate lua diferenţa b-a
   b) Arătaţi că valoarea expresiei $E=2|a-b-2|+3|b-a-5|+$ $+\sqrt{a^2-2ab+b^2}$ nu depinde de capetele intervalului.

SUBIECTUL II

1. Determinaţi numerele reale x, y, z, încât:
   $\sqrt{x^2-2x\sqrt{3}+7}+\sqrt{y^2-2y\sqrt{5}+9}+\sqrt{z^2-2z\sqrt{7}+11}\le 6$.

2. Fie expresia $E(x)=\frac{x^2-4}{6x+4}:\left(\frac{x-1}{3x+2}+\frac{3-2x}{3x-2}-\frac{12-8x}{9x^2-4}\right)$,
   $x\in R\setminus\left\{-\frac{2}{3},\frac{2}{3},2\right\}$.
   a) Aduceţi expresia la forma cea mai simplă
   b) Determinaţi E(-4020)

SUBIECTUL III

1. Fie un triunghi ABC dreptunghic în A, cu lungimile laturilor AC=*b*, AB=*c* şi D mijlocul laturii (BC). Se ridică pe planul triunghiului perpendiculara AM încât distanţa de la M la dreapta BC să fie $\frac{bc\sqrt{2}}{\sqrt{b^2+c^2}}$ şi în planul triunghiului MBC se construiesc segmentele DP şi DQ, cu $P\in MB$ şi $Q\in MC$, încât $\angle BDP\equiv\angle PDM$ şi $DP\perp DQ$.
   a) Determinaţi unghiul diedru al planelor (MBC) şi (ABC)
   b) Determinaţi distanţa de la punctul A la planul (MBC)

c) Arătaţi că PQ ∥ (ABC).

Subiect echipaje

Clasa a V-a

1. Un număr de trei cifre împărţit la răsturnatul său dă câtul 2 şi restul 97, iar diferenţa dintre cifra sutelor şi cifra unităţilor este 5. Să se afle numărul.

2. Determinaţi mulţimile A şi B ştiind că:
   $A \cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$
   $A \cap B=\{1,2\}$
   $A \cap \{3,4\}= \Phi$
   $B \cap \{5,6\}= \Phi$

Clasa a VI-a

1. Demonstraţi că numărul $\overline{2009ab}$ se divide cu 37 dacă şi numai dacă $\overline{ab2009}$ se divide cu 37.

2. Punctele M_0, M_1, M_2, …. , M_9, M_{10} sunt situate pe dreapta d, astfel încât $[M_1M_2]$ este dublul lui $[M_0M_1]$, $[M_2M_3]$ este dublul lui $[M_1M_2]$ ş.a.m.d. $[M_9M_{10}]$ este dublul lui $[M_8M_9]$. Ştiind că lungimea segmentului $[M_0M_{10}]$ este egală cu $(2^{11}-2)$ mm, aflaţi lungimea segmentului determinat de mijloacele segmentelor $[M_0M_1]$ şi $[M_9M_{10}]$.

Clasa a VII-a

1. Arătaţi că $\sqrt{1+3+5+....+2009} \in Q$ şi $\sqrt{1\cdot 3\cdot 5\cdot ....\cdot 2009} \notin Q$.

2. Fie paralelogramul ABCD cu AB=2AD şi M mijlocul lui DC.
   a) Arătaţi că (AM este bisectoarea unghiului DAB
   b) Ştiind că P este simetricul lui M faţă de mijlocul lui AB, arătaţi că AMBP este dreptunghi.

Clasa a VIII-a

1. Fie x şi y numere reale, iar a= $\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}$.
   Arătaţi că, dacă x-3y+1=0 şi $x\in[-1,2]$, atunci a = $\sqrt{10}$.

2. Pe planul dreptunghiului ABCD se ridică perpendiculara MA, MA=12cm, aşa încât unghiul planelor (MBC) şi (ABC) este de 30^0, iar unghiul planelor (MCD) şi (ABC) este de 60^0.Să se afle:
   a) AB şi BC
   b) d(M,BD) şi d(A,(MBD))
   c) tangenta unghiului planelor (MBD) şi (ABCD).

EDIŢIA a VIII-a

1 februarie 2008

CLASA a III-a

1. a) Cum poate fi exprimat numărul 1000 folosind de opt ori cifra 8 şi operaţia de adunare?
   b) Descoperă regula şi completează numărul care lipseşte:

35	83	141	123
15	24	4	?

2. Maria, Ioana şi Andrei au împreună 21 de ani. Ştiind că Măria şi Ioana sunt gemene, iar Andrei are 11 ani, aflaţi:
   a) Vârsta Măriei;
   b) Cu câţi ani în urmă Andrei avea vârsta egală cu dublul sumei vârstelor fetelor?

3. Într-o cameră sunt trei mame, şase fiice, o bunică, patru nepoate, patru verişoare şi trei perechi de surori. Care este numărul minim de scaune care trebuie aduse pentru acestea?

CLASA a IV - a

1) Florin are trei albume cu fotografii. În primul album are cu 167 de fotografii mai mult decât în celelalte două la un loc. În albumul al

doilea are de trei ori mai multe fotografii decât în al treilea album. El observă că, dacă ar mai avea încă 17 fotografii în primul album, ar avea de trei ori mai multe fotografii decât în celelalte două la un loc. Câte fotografii are Florin în fiecare album?

2) 7 copii au vârstele de 3 ani, 5 ani, 7 ani, 9 ani, 10 ani, 13 ani, 15 ani. 6 dintre ei se aşează la o masă rotundă astfel încât suma vârstelor oricăror doi copii de la masă să fie un număr par. Care copil nu se poate aşeza la masă?

3) În laboratorul de informatică sunt mese şi pe fiecare masă se află acelaşi număr de calculatoare. Dacă se aşează câte doi elevi la o masă, rămân 9 elevi în picioare. Dacă se aşează câte 4 elevi la o masă, două mese rămân libere, iar o masă este ocupată de atâţia elevi câte calculatoare sunt pe acea masă. Câţi elevi sunt, câte mese sunt în laborator şi câte calculatoare sunt pe o masă?

Clasa a V-a

1) Fie mulţimele: $A = \{x \in \mathbf{N} / x = 3^n, n \leq 3, n \in \mathbf{N}\}$
$B = \{y \in \mathbf{N} / y = x - 3, x \in \mathbf{A}\}$
$C = \{z \in \mathbf{N}^* / z = y^2, y \in \mathbf{B}\}$
a) Aflaţi elementele mulţimilor A, B, C.
b) Calculaţi $(A \cup B) \cup C$ şi $C \setminus (A \cap B)$

2) Fie $n \in \mathbf{N}^*$.Numărul n^2+n se împarte la 2008 obţinându-se câtul C şi restul R. Să se demonstreze că R este număr par.

3) 4 echere, 7 compasuri şi 6 raportoare costă 65 lei; 7 echere, 4 compasuri şi 5 raportoare costă 67 lei, iar 1 echer, 1 compas şi 15 raportoare costă 68 lei. Cât costă un echer, un compas şi un raportor?

Clasa a VI-a

1) a) Prin împărţirea numerelor $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{ca}$ la acelaşi număr *n* se obţin câturile b, c respectiv a şi resturile c, a respectiv b. Aflaţi *n*.

b) Determinaţi toate numerele naturale $\overline{ab}$, a < b dacă $\overline{a,(ba)} + \overline{b,(ab)} \in \mathbf{N}$

2) Fie *a*, *b*, *c* numere naturale nenule astfel încât *b* reprezintă 150% din *a* şi totodată 60% din *c*.
   a) Determinaţi *a*, *b*, *c* ştiind că $a^2 + b^2 + c^2 = 152$.
   b) Aflaţi numărul natural minim *n* pentru care $n \cdot (7a^2 + 8b^2 + 9c^2)$ este pătrat perfect.

3) Se dau unghiurile BAC şi BAD neadiacente astfel încât 4·m(CAD)= m(BAD). Dacă (AM este bisectoarea unghiului BAC, (AE semidreapta opusă ei şi m(DAE) este cu 10^0 mai mare decât suplementul unghiului BAC, calculaţi m(BAC), m(BAE).

Clasa a VII-a

1) a) Să se determine x, y, z aşa încât numărul $\boldsymbol{A} = \overline{0,xy(z)} + \overline{0,yz(x)} + \overline{0,zx(y)}$ să fie număr natural, unde x, y, z sunt cifre consecutive, în această ordine.
   b) Fie $\boldsymbol{B} = 6^{2007} + 6^{2006} + 6^{2005} + \ldots\ldots + 6^3 + 6^2 + 6^1 + 6^0$. Să se arate că $\sqrt{5B+1} \in N$.

2) În anul 2007, producţia unei firme de telefonie mobilă a fost de *n* telefoane. În fiecare din anii următori producţia va creşte cu 20% faţă de producţia din anul precedent. În ce an firma va produce mai mult decât *2n* telefoane?

3) Fie ABCD un dreptunghi în care $AC \cap BD = \{0\}$ iar M mijlocul laturii [AB]. Notăm $DM \cap AC = \{E\}$ şi $CM \cap BD = \{F\}$. Arătaţi că:
   a) EF ∥ CD
   b) AB = 3EF
   c) Aflaţi raportul dintre aria triunghiului ADE şi aria dreptunghiului ABCD.

CLASA a VIII-a

1. Fie $E(x)=\sqrt{x+\frac{1}{2}\sqrt{4x-1}}+\sqrt{x-\frac{1}{2}\sqrt{4x-1}}$, $x\in\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$.

   a) Arătaţi că $E\left(\frac{n^2+1}{4}\right)=n$, $(\forall)\ n\in\mathbf{N}^*$;

   b) Arătaţi că $2(1+2+...+1003)+\frac{1}{2}=\frac{(2n+1)^2+1}{4}$ şi
   $E\left(2(1+2+...+1003)+\frac{1}{2}\right)=2007$;

   c) Notând $\sqrt{4x-1}=y$, arătaţi că $x+\frac{1}{2}\sqrt{4x-1}=\frac{(1+y)^2}{4}$;

   d) Verificaţi $E\left(\frac{1}{4}\right)=E\left(\frac{1}{2}\right)$ şi arătaţi că pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$, $E(x)=1$.

2. În fiecare pătrăţel al unei table de şah se scrie câte un număr natural astfel încât fiecare număr scris să se repete exact de atâtea ori cât este el şi pe primul rând de pătrăţele să apară scrise strict crescător toate numerele folosite.

   a) Calculaţi suma numerelor de pe prima linie;
   b) Determinaţi cel mai mare număr posibil de scris pe prima linie;
   c) Arătaţi că există o singură alegere în care produsul numerelor de pe primul rând este impar.

3. În mijlocul D al ipotenuzei BC al triunghiului *dreptunghic şi neisoscel ABC* se ridică *pe planul triunghiului* perpendiculara DS≥AD. Fie M∈[AB] şi N∈[AC] mijloacele acestor segmente. Arătaţi că:

   a) triunghiul *SMN* <u>*nu este isoscel*</u>;

   b) dreptele *AS* şi *BC* <u>*nu sunt perpendiculare*</u>;

   c) măsura unghiului $\angle MSN$ <u>*nu este* 60^0</u>.

PROBA PE ECHIPAJE

CLASA a V-a

1) Fie tabloul:

			1				
	1	2	1				
	1	2	3	2	1		
1	2	3	4	3	2	1	
……..							
1 …..……		2007	2008	2007 …..……..			1

Calculaţi suma elementelor de pe coloana principală.

a) De câte ori apare numărul 1001 în acest tablou?
b) Calculaţi suma elementelor de pe linia 1000.

2) O clădire având 72 de etaje este dotată cu un lift special. Dacă se apasă butonul galben liftul se ridică cu 7 etaje, iar dacă se apasă butonul verde liftul coboară cu 9 etaje (dacă una dintre aceste comenzi este greşită liftul rămâne pe loc). Putem să ajungem de la etajul 1 la etajul 72 cu ajutorul acestui lift? (justificaţi)

CLASA a VI a

1. Dacă $a = 48^n - 8^n - 6^n + 1$, $n \in \mathbf{N}$, arătaţi că 35 divide a.

2. În jurul unui punct sunt date unghiurile $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, şi $\angle DOA$, astfel încât măsurile unghiurilor $\angle AOB$, şi $\angle COD$, sunt invers proporţionale cu 3 şi $\frac{8}{5}$ iar măsurille unghiurilor $\angle AOB$ şi $\angle DOA$, sunt direct proporţionale cu 2,5 şi 25. Dacă unghiul format de bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, şi $\angle COD$ are măsura de 108^0, aflaţi măsurile celor patru unghiuri.

CLASA a VII a

1. În patrulaterul $ABCD$, $[AD]\equiv[BC]$ şi $[AB]\equiv[CD]$. Fie $AC\cap BD=\{O\}$, $OM \parallel BC$, $M\in[AB]$ şi $E\in[AC]$ astfel încât $AC = 4\cdot AE$. Notăm $BE\cap OM = \{F\}$, respectiv $AF\cap BC = \{G\}$.
   a) Arătaţi că $ABCD$ este paralelogram.
   b) Este $ODEM$ trapez ? Justificaţi răspunsul.
   c) Aflaţi valoarea raportului $\frac{BG}{BC}$

2. a) Fie $a,b,c \in Z^*$ astfel încât $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b}$. Arătaţi că $\frac{b+a}{b-a}+\frac{b+c}{b-c}\in Z$.
   b) Calculaţi $\sqrt{2008+2+4+6+...+4014}$.

CLASA a VIII a

1. Fie $E=\overline{\underbrace{99...9}_{2008\text{ cifre}}}$.
   a) Calculaţi $E + 1$ şi $E - 1$;
   b) Aflaţi numărul desemnat de ultimele 4 cifre din rezultatul operaţiei E^2+2007;
   c) Determinaţi suma cifrelor rezultatului operaţiei E^2.

2. Un corp de mobilier în formă de paralelipiped dreptunghic $[ABCDA'B'C'D']$ are dimensiunile $AB=1m$, $BC=4m$ şi $AA'=2m$.
   O furnică şi o muscă pleacă din interior din A şi, neîntâlnind obstacole, ajung în C', fiecare pe cel mai scurt drum posibil. Determinaţi:
   d) lungimea drumului parcurs de muscă;
   a) lungimea drumului parcurs de furnică;

EDIŢIA a VII-a

3 februarie 2007

CLASA a III - a

1) Un şir de numere pare, consecutive, are suma dintre primul şi ultimul număr 26, iar suma ultimelor două numere este 38. Găsiţi termenii şirului.

2) Vlad are pe card o sumă de bani de două ori mai mare decât Diana. Ce sumă avea fiecare la început dacă, după ce Vlad şi-a mai adăugat 13 lei, iar Diana 31 lei, aveau sume egale?

3) Un cârd de gâşte, lung de 10 m, trece un podeţ de 10 m, cu o viteză de 10 m pe minut. Cât timp durează până ce cârdul parcurge podeţul? Justificaţi răspunsul.

CLASA a IV - a

1) Fie trei numere naturale a, b şi c. La împărţirea dintre b şi a se obţine câtul 3, iar la împărţirea lui b la c se obţine câtul 1 şi restul 1. Aflaţi numerele ştiind că diferenţa dintre cel de-al treilea număr şi primul este 19.

2) În vacanţa de iarnă, Bianca a citit trei cărţi. Prima carte are un număr de pagini egal cu jumătate din numărul paginilor celei de-a doua cărţi, iar a treia carte are cu 16 pagini mai multe decât un sfert din a doua carte, dar şi cu 56 pagini mai puţin decât a doua carte. Câte pagini a citit Bianca în vacanţă?

3) Într-un seif sunt 3 sertare, în fiecare sertar sunt 3 cutii, iar în fiecare cutie sunt 3 monede de aur. Seiful, sertarele şi cutiile sunt închise fiecare cu lacăt. Câte lacăte trebuie deschise pentru a putea lua 22 de monede?

CLASA a V - a

1) Fie a = $\left(2^0+8^{21}:16^{15}+6\cdot 27^{10}:81^7-61\right)^{63}$ şi
   b = $\left(2^{2^5}:2^{5^2}-5^3\right)^{42}$.
   a) Să se afle numerele a şi b;
   b) Comparaţi numerele a şi b.

2) Să se afle numărul natural de forma $\overline{abc}$ în baza 10 care împărţit la 6 dă câtul $\overline{bc}$ şi restul a.

3) Fie A = $\{5n+3 \mid n \in N\}$ şi B = $\{3m+2 \mid m \in N\}$.
   a) În care dintre cele două mulţimi se află numărul 2006? Dar 2008? Justificaţi răspunsul.
   b) Arătaţi că mulţimea A nu conţine pătrate perfecte.
   c) Calculaţi suma tuturor numerelor de 2 cifre din mulţimea B.
   d) Scrieţi forma generală a unui element din mulţimea A $\cap$ B.

CLASA a VI - a

1) Fie numerele: A = 235 + 2 + 4 + 6 + 8 + … + 468

$$B = \frac{5^{n+1}}{5}+\frac{25^{n+1}}{5^{n+1}}+\frac{125^{n+1}}{5^{2n+1}}$$

   a) Arătaţi că A este pătrat perfect;
   b) Arătaţi că B este divizibil cu 31;
   c) Află n$\in N$ ştiind că B = 155

2) Numărul elevilor unei şcoli este cuprins între 1400 şi 1600. Dacă sunt grupaţi câte 7 rămân 4 elevi; dacă sunt grupaţi câte 8 rămân 5 elevi; dacă sunt grupaţi câte 9 rămân 6 elevi. Câţi elevi are şcoala?

3) Fie 6 unghiuri în jurul unui punct O notate A$\hat{O}$B, B$\hat{O}$C, C$\hat{O}$D, D$\hat{O}$E, E$\hat{O}$F, F$\hat{O}$A astfel încât m(B$\hat{O}$C) = 2m(A$\hat{O}$B);

m(C $\hat{O}$ D)==2m(B $\hat{O}$ C); m(D $\hat{O}$ E) = 2m(C $\hat{O}$ D); m(E $\hat{O}$ F) = 2m(D $\hat{O}$ E) şi m(F $\hat{O}$ A) = 50°.

a) Aflaţi măsurile celorlalte 5 unghiuri;

b) Arătaţi că (OB este bisectoarea unghiului (D $\hat{O}$ F);

c) Dacă OM ⊥ OE şi [OM interioară unghiului (C $\hat{O}$ D), calculează măsura unghiului (D $\hat{O}$ M)

CLASA a VII-a

1) Să se determine x, y şi z ştiind că: $x-y=\frac{y+z}{4}=\frac{z}{2}$ şi $x+2z=14$.

2) a) Arătaţi ca $\sqrt{2^{2n}\cdot 9^{n+1}+4^{n+2}\cdot 3^{2n}}\in N$ unde $n\in N$.

b) Fie a, m, n numere naturale nenule. Dacă $\frac{m-0,(3)}{n}=0,(6)$, atunci $\frac{ma+2}{na+3}$ este fractie ireductibilă.

3) Fie punctul O intersectia diagonalelor trapezului ABCD, AB || CD şi punctele $E\in(AD)$ şi $F\in(BC)$, astfel incat EF || AB şi $O\notin EF$.

a) Dacă EF intersecteaza AC şi BD in punctele P, respectiv Q, atunci EP=FQ.

b) Dacă EO=FO, arătaţi ca trapezul ABCD este isoscel.

CLASA a VIII a

1) Fie a şi b numere reale strict pozitive şi x_n solutia ecuatiei $\left(\sqrt{b}\right)^n\cdot(x-a)=\left(\sqrt{a}\right)^n\cdot(b-x)$.

Demonstraţi ca max $\{x_n|n\in\{0,1,2\}\}\le\frac{a^2+ab+2b^2}{a+3b}$.

2) a) Determinaţi $n \in N, n \geq 2$ pentru care

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}=9$$

b) Arătaţi ca $\frac{1}{\sqrt{(k-1)k}\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)}=\frac{1}{\sqrt{k-1}}-\frac{1}{\sqrt{k}}$,

$(\forall)k \geq 2, k \in N$;

c) Determinaţi $n \in N, n \geq 2$ pentru care

$$\frac{1}{\sqrt{1\cdot 2}\left(\sqrt{2}+1\right)}+\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}+\frac{1}{\sqrt{3\cdot 4}\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)}+....+\frac{1}{\sqrt{(n-1)\cdot n}\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}=\frac{4}{5}$$

3) Fie rombul ABCD cu $m(\prec A)<90^0$. Prin varful A se duce un plan α paralel cu diagonala BD.

a) Arătaţi ca proiectia rombului pe planul α este tot un romb;

b) Determinati pozitia planului α astfel incat proiectia rombului sa fie un patrat.

PROBA PE ECHIPAJE

CLASA a V - a

1. Un piţigoi a vizitat 50 de crengi de copac. Pe prima creangă a ciripit o dată, pe a doua de două ori, …, pe a 50-a creangă a ciripit de 50 de ori. Piţigoiul răguşeşte dacă ciripeşte de 999 ori. a) A răguşit piţigoiul în acea zi? b) De câte ori a ciripit răguşit pe creanga pe care a răguşit?

2. Într-o cofetărie sunt 45 de prăjituri: cu cireşe, cu caise şi frişcă şi numai cu frişcă. Ştiind că 29 de prăjituri sunt cu fructe şi 31 conţin frişcă, stabiliţi câte prăjituri de fiecare fel sunt în cofetărie.

CLASA a VI - a

1. Determinaţi numărul **x** ştiind că:

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+\frac{x+3}{4}+...+\frac{x+100}{101}=100.$$

2. Fie punctele coliniare A_0, A_1, A_2, … A_n situate pe dreapta *d* în această ordine, astfel încât: A_0A_1= 1 cm, A_1A_2= 2 cm, …, $A_{n-1}A_n$=*n* cm.
   a. Aflaţi lungimea segmentului $[A_{44}A_{99}]$, precum şi distanţa dintre punctele A_0 şi M, unde M este mijlocul segmentului $[A_{44}A_{99}]$;
   b. Aflaţi n dacă lungimea segmentului $[A_0A_n]$ este egală cu 861 cm.

CLASA a VII -a

1) a) Scrieti numarul 36^{2008} ca o sumă de trei cuburi.
   b) Determinati cardinalul mulţimii:
$$\left\{ a \;\middle|\; a = \frac{x^2+4}{x+2},\ x \in Z - \{-2\},\ a \in Z \right\}$$

2) În triunghiul ABC, punctul N este mijlocul medianei [AM]. Dacă $\{D\} = AC \cap BN$ şi $BN = 3\,cm$, sa se calculeze lungimea segmentului [ND].

CLASA a VIII-a

1) Fie $a, b \in (0, \infty)$. Arătaţi ca: a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
   b) Dacă $a^3 + b^3 = 2ab$, atunci $a^2 + b^2 \leq 1 + ab$

2) Se considera punctele necoplanare A, B, C, D. Arătaţi ca, dacă $\frac{AC}{BC} + \frac{BC}{AC} + \frac{AD}{BD} + \frac{BD}{AD} = 4$, atunci $AB \perp CD$.

EDIŢIA a VI-a

14 aprilie 2006

Clasa a III-a

I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Copiaţi exerciţiul $880 - 661 - 631 - 412$
şi adăugaţi paranteze pentru a obţine rezultatul 0.

(10 puncte)

I.2. Numerele pare de forma $\overline{a3b}$, care au suma cifrelor 12, sunt ……

(10 puncte)

I.3. Numărul care adunat cu jumătatea sa, cu sfertul său şi rezultatul înmulţit cu 2 dă 350, este ..…

(10 puncte)

I.4. Câte numere x verifică relaţia: $12 < 2x + 1 < 22$?

(10 puncte)

I.5. Nasul lui Pinocchio măsoară 4 cm. El se dublează de câte ori minte.
Cât va măsura nasul după ce Pinocchio va spune 5 minciuni?

(10 puncte)

II: Trece pe foaia de concurs rezolvarea completă:

Cinci băieţi aveau acelaşi număr de mere. După ce fiecare a mâncat câte 12 mere, le-au rămas laolaltă atâtea mere câte a avut fiecare dintre ei la început. Câte mere a avut fiecare?

(20 puncte)

III: Trece pe foaia de concurs rezolvarea completă:

Triplul lui 8 mărit cu produsul numerelor 6 şi 4 dă un număr care reprezintă produsul a două numere naturale.

Aflaţi numerele. Găsiţi toate variantele.

(20 puncte)

Clasa a IV-a

1. Când aveam eu 12 ani, fratele meu avea 2 ani. Acum avem împreună 56 de ani. Câţi ani avem fiecare?

(25 uncte)

2. În care lună a anului, dacă adunăm numerele care reprezintă data ultimelor cinci zile din lună, obţinem numărul 135?

(25 uncte)

3. Împărţiţi numerele 1, 2, 3, ..., 40 în două grupe cu acelaşi număr de numere, aşa încât ambele grupe să aibă suma numerelor aceeaşi.

(20 uncte)

4. Diferenţa dintre înălţimea (în cm) şi greutatea (în kg) Dolofanului este 100. Ştiind că aceeaşi relaţie are loc şi în cazul lui Schijă, iar dublul înălţimii Dolofanului este egal cu triplul înălţimii lui Schijă şi că greutatea Dolofanului este de patru ori mai mare decât greutatea lui Schijă, să se afle înălţimea lui Schijă şi greutatea Dolofanului.

(20 puncte)

Clasa a V-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Numărul multiplilor lui 2006, mai mici ca 2006, este ……..

(5 puncte)

I.2. Ultimele trei cifre ale numărului $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\ldots\cdot27+19$ sunt ……..

(5 puncte)

I.3. Valoarea de adevăr a propoziţiei: "Numărul $16^{n+1}\cdot25^{n+2}+9^{2n+1}+4$, unde $n\in|N$, este pătrat perfect", este ……..

(5 puncte)

I.4. Numărul: $\left(\frac{7}{9}+\frac{77}{99}+\frac{777}{999}\right):\frac{7}{9}-\frac{111}{700}:\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{70}+\frac{1}{700}\right)$ este egal cu …..

(5 puncte)

I.5. Rezultatul calculului:
$2006^{1+2+3+\ldots+2006}\cdot\{[(2006^{2006})^{2006}:2006^{20062006}]^{0}\cdot2006-2006\}:2006$ este …….

(5 puncte)

I.6. Numărul natural care, împărţit la un număr de o singură cifră, dă restul 8 şi câtul 13 este …….

(5 puncte)

I.7. Numărul de forma $\overline{ab}$, cu a < b, care adunat cu răsturnatul său dă suma 176 este …….

(5 puncte)

I.8. Dintre numerele 2^{145} şi 3^{87} mai mare este numărul ……

(5 puncte)

I.9. Numărul natural **x**, pentru care mulţimile A = {2**x**-19, **x**+23, 2**x**+26} şi B = {3**x**+1, **x**+6, 2**x**-2} sunt egale, este …….

(5 puncte)

I.10. Suma numerelor naturale ***n***, care verifică relaţia $\frac{2}{7} \le \frac{n}{21} < \frac{1}{2}$ este ….

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Fie **a** un număr natural. Împărţind 623 la **a** se obţine un rest mai mic cu 2**a** decât 218.

a) Arătaţi că $\mathbf{a} \ge 73$;

b) Arătaţi că **a** divide 405;

c) Dacă, în plus, **a** este un pătrat perfect mai mic decât 150, aflaţi **a**.

(20 puncte)

II.2. a) Arătaţi că fracţia $F = \frac{3^1 + 3^3 + 3^5 + ... + 3^{155}}{455}$ este reductibilă.

b) Arătaţi că fracţia F este număr natural.

(20 puncte)

Clasa a VI-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ şi $\frac{c}{d} = \frac{9}{14}$, atunci $\frac{3ac - bd}{4bd - 7ac}$ este ……..

(5 puncte)

I.2. Triunghiul ABC cu bisectoarea [CD a unghiului C, $D \in (AB)$, iar E este un punct astfel încât $B \in (AE)$. Dacă $m(E\hat{C}A)=104^o$ şi $m(E\hat{C}B)=40^o$, atunci $m(E\hat{C}D)=$ ……..

(5 puncte)

I.3. Un dicţionar costă 250 lei. După o scumpire cu 15%, dicţionarul costă ……..

(5 puncte)

I.4. Media aritmetică a numerelor 20 şi 30% din 20 este ……..

(5 puncte)

I.5. Valorile lui $x \in N$ pentru care fracţia $\frac{7}{x-9}$ este supraunitară sunt .....

(5 puncte)

I.6. Suplementul unui unghi are măsura de $130^o42'18''$. Complementul său are măsura de ……..

(5 puncte)

I.7. Numerele x, y, z sunt direct proporţionale cu numerele 2, 3 şi 4 şi $2x+y+5z = 81$, atunci: x = ……, y = ……, z = ……

(5 puncte)

I.8. Din 15m de stofă se confecţionează 6 costume. Pentru a confecţiona 10 costume sunt necesari …… metri de stofă.

(5 puncte)

I.9. Fie punctele A,B,C,D coliniare astfel încât: $B \in (AC)$, $C \in (BD)$, AB = 3cm, BC = 2cm, CD = 9cm. Fie M mijlocul segmentului AC şi N mijlocul segmentului CD. Segmentele: [AC], [AD], [BD] şi [MN] au lungimile ……..

(5 puncte)

I.10. Dintr-o cantitate de aur se realizează 20 de inele având fiecare 1,5 grame. Din aceeaşi cantitate se pot realiza un număr de …… inele cu greutatea de 2 grame fiecare.

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Fie unghiul AOB un unghi drept şi d o dreaptă care trece prin O şi nu are puncte în interiorul unghiului AOB. Fie $C \in d$ situat în semiplanul determinat de dreapta OB şi punctul A, iar $D \in d$ astfel ca (OC şi (OD să fie semidrepte opuse.

a) Demonstraţi că unghiul AOC este ascuţit;

b) Dacă $M \in int(A\hat{O}B)$ astfel încât $A\hat{O}C \equiv A\hat{O}M$, demonstraţi că [OB este bisectoarea unghiului MOD.

(20 puncte)

II.2. Fie a = x(x-1)(x-2)…(x-1998) şi $b \in N\setminus\{0\}$. Aflaţi valorile lui x pentru care: $\frac{a+b}{a+3b} = \frac{a+2b}{a+6b}$.

(20 puncte)

Clasa a VII-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Fie E(x) = 4[x(x-5)+7]. Valoarea minimă a expresiei E(x) este ……

(5 puncte)

I.2. Fie numărul $a = \sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}}$.

Valoarea lui $\left(a+2\sqrt{3}\right)^{2006}$ este ……..

(5 puncte)

I.3. Fie ABCD un trapez cu bazele AB = 5 cm, CD = 3 cm şi AC ⋂ BD = {0}. Ştiind că $A_{DOC} = 18\ cm^2$ atunci A_{AOB} = ……..

(5 puncte)

I.4. Într-o urnă sunt 2006 bile numerotate de la 1 la 2006. Probabilitatea ca, prin extragerea unei bile, să obţinem câtul egal cu restul la împărţirea numărului scris pe bilă la 11 este ……..

(5 puncte)

I.5. Fie mulţimea $M_n = \left\{x \in Z \middle| x^2 = 2^n, n \in N\right\}$.

Numărul elementelor mulţimii $M = M_1 \cup M_2 \cup \ldots \cup M_{2005}$ este …..

(5 puncte)

I.6. Cel mai mare număr întreg mai mic decât *x*, unde $x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{15}+\sqrt{21}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ este …….

(5 puncte)

I.7. În ΔABC, AD şi BE sunt înălţimi, unde $D \in BC$ şi $E \in AC$. Fie $BC = 2a\sqrt{3}$ şi $AC = 3a\sqrt{2}$, $a>0$. Valoarea raportului $\frac{AD}{BE}$ este egală cu …….

(5 puncte)

I.8. În ΔABC, BC = 10cm iar medianele BB' şi CC' au lungimile de 9cm, respectiv 12cm. Lungimea medianei AA' = ……

(5 puncte)

I.9. Într-un trapez dreptunghic cu diagonalele perpendiculare, lungimile bazelor sunt $\left(5\sqrt{2}+1\right)$cm şi $\left(5\sqrt{2}-1\right)$cm. Lungimea înălţimii trapezului este de …….

(5 puncte)

I.10. Într-un triunghi dreptunghic lungimea înălţimii este de 6cm iar raportul lungimilor segmentelor determinate de ea pe ipotenuză este $\frac{1}{3}$. Perimetrul triunghiului este …….

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. a) Să se arate că oricare ar fi numărul real $a > 0$, $a + \frac{1}{a} \geq 2$;

b) Dacă a, b, c, d > 0, atunci:

$$\frac{a+b+c}{d}+\frac{a+b+d}{c}+\frac{a+c+d}{b}+\frac{b+c+d}{a}\geq 12.$$

(20 puncte)

II.2. Fie D piciorul bisectoarei din A a ΔABC şi $ED \| AB$, $E \in (AC)$. Se cere să se demonstreze că $\frac{1}{ED} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$.

(20 puncte)

Clasa a VIII-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Fie d un divizor comun al numerelor 1400 şi 600. Probabilitatea ca d să fie pătrat perfect este ……

(5 puncte)

I.2. Media geometrică a numerelor $2-\sqrt{3}$ şi $2+\sqrt{3}$ este ……..

(5 puncte)

I.3. Numerele reale x, y pentru care este îndeplinită egalitatea: $x^2+3y^2-4x+2\sqrt{3}y+5=0$ sunt ……..

(5 puncte)

I.4. Dacă $0<x<1$, $x+\frac{1}{x}=7$ atunci $\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$ este ……..

(5 puncte)

I.5. Cel mai mic număr întreg care verifică inegalitatea $2\left(x+\sqrt{5}\right)<4+x\sqrt{5}$ este…..

(5 puncte)

I.6. Se dă pătratul ABCD de latură 3cm. VD⊥(ABC), VD=5cm, atunci cosinusul unghiului $\left((ABC),(VAB)\right)$ este …….

(5 puncte)

I.7. Fie cubul ABCDA'B'C'D', M mijlocul segmentului (AD), N mijlocul segmentului (BC), aria triunghiului A'MN este $2\sqrt{5}$, atunci muchia cubului este …….

(5 puncte)

I.8. Fie rombul ABCD cu latura de 6cm, m($\hat{A}$) = 60°. Pe planul rombului se ridică perpendiculara MA de 3cm. Atunci d(M,BC)=…

(5 puncte)

I.9. Fie trapezul ABCD, AB || DC, AC∩BD = {O}, $A_{AOB}=2cm^2$, $A_{DOC}=8cm^2$, înălţimea trapezului are 6cm, atunci media geometrică a înălţimilor ΔAOB şi ΔDOC este .....

(5 puncte)

I.10. O prismă triunghiulară regulată ABCA'B'C' are AB = 2cm, AA'= $2\sqrt{2}$ cm. Fie P şi Q mijloacele muchiilor (AB) respectiv

(AC). Notăm A'P∩BB' = {M}, A'Q∩CC' = {N}, atunci $A_{A'MN}$ este egală cu …….

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Fie funcţia f:R→R, f(x) = **a**x+**b**:

a) Determinaţi **a** şi **b** ştiind că graficul funcţiei trece prin punctul de coordonate (1,0) şi face cu axa OX un unghi de 45°;

b) Pentru **a** = 1 şi **b** = -1 arătaţi că numărul f(1982)·f(1983)·f(1984)· f(1985)+1 este pătrat perfect.

c) Pentru **a** = 1 şi **b** = -1 calculaţi valoarea expresiei:

$$\frac{1}{f(3)\cdot f(4)}+\frac{1}{f(4)\cdot f(5)}+\ldots+\frac{1}{f(2006)\cdot f(2007)}$$

(20 puncte)

II.2. Se dă piramida triunghiulară regulată VABC în care raza cercului circumscris bazei este $2\sqrt{3}$ şi muchia laterală $4\sqrt{3}$. Calculaţi:

a) aria laterală şi volumul piramidei;

b) $d(A,(VBC))$;

c) Fie M∈(VA). Să se găsească poziţia lui M astfel încât aria ΔMBC să fie minimă.

(20 puncte)

<u>Proba pe echipaje</u>

<u>Clasa a V-a</u>

3. Fie două numere naturale **a** şi **b** cu $\mathbf{b}\neq 0$. Prin împărţirea lui **a** la **b** se obţine câtul 5 şi restul 27.

a) Calculaţi 3**a**-15**b**+10;

b) Dacă **a**-**b** < 143, calculează **a** şi **b**.

(10 puncte)

4. Dacă aşezăm 5 flori într-o vază, ar mai fi nevoie de 5 vaze. Dacă am aşeza câte 7 flori într-o vază, ar rămâne o vază cu 3 flori şi 3 vaze goale. Aflaţi numărul de flori şi numărul de vaze.

(10 puncte)

Clasa a VI-a

1. Fie $n \in N^*$. Arătaţi că $\frac{5 \cdot 10^{n+1} - 3 \cdot 10^n - 11}{9} = 5\underbrace{222.....2}_{n-1 \text{cifre}}1$.

(10 puncte)

2. În ΔABC dreptunghic în B, fie (AD bisectoarea $\angle A$ ($D \in [BC]$). Perpendiculara DM dusă în D pe ipotenuză ($M \in [AC]$) taie prelungirea catetei AB în E. să se arate că ΔDEC este isoscel.

(10 puncte)

Clasa a VII-a

1. Aflaţi cifrele x,y astfel încât: $\sqrt{\overline{0,xx(y)} + \overline{o,yy(x)}} \in Q$.

(10 puncte)

2. Într-un patrulater ABCD laturile opuse AB, CD se întâlnesc în P şi sunt perpendiculare. Să se demonstreze că suma pătratelor celorlalte două laturi este egală cu suma pătratelor diagonalelor.

(10 puncte)

Clasa a VIII-a

1. a) Determinaţi elementele mulţimii
$A = \{(x, y) \in Z \times Z | x + y + xy = 1\}$.

b) Dacă elementele mulţimii A reprezintă coordonatele unor puncte, reprezentaţi-le într-un sistem de coordonate şi calculaţi aria patrulaterului convex cu vârfurile în aceste puncte.

(10 puncte)

2. În cubul ABCDA'B'C'D', punctul O este centrul feţei ABCD şi OM = d(O,BD') = $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. Fie $P \in (AA')$, PA = 7PA'. Aflaţi:

a) muchia cubului;
b) aria totală şi volumul cubului;
c) distanţa d(P,(B'BD'));
d) cosinusul unghiului $((PBD),(BCD))$.

(10 puncte)

EDIŢIA a V-a

2 aprilie 2005

Clasa a III-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Dublul rezultatului exerciţiului (1+2+3+4+5):3+(6+7+8+9+10):8 este …..

(10 puncte)

I.2. Dintre numerele 24; 9; 8; 40; 64; 1, alege pe acelea care se pot scrie ca un produs de trei numere egale.

(10 puncte)

I.3. Andrei este mai mare decât Mihai, Mihai este mai mare decât Mihaela, Ioana este mai mare decât Andrei şi mai mică decât Maria. Cel mai mare copil este ..….

(10 puncte)

I.4. Descoperă regula şi completează ultimul jeton:

24	63	97	74
8	18	63	

(10 puncte)

I.5. Într-o curte erau 128 păsări: găini, gâşte, raţe şi curci. Câte păsări erau de fiecare fel, dacă în curte se găseau 86 găini şi gâşte, 77 găini şi raţe, 83 găini şi curci ?

(10 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Dan şi Răzvan aveau câte 48 de nuci. Dan mănâncă un număr de nuci egal cu suma cifrelor numărului său de nuci. Răzvan a mâncat cu 24 nuci mai puţine decât restul nucilor. Care copil a mâncat mai multe nuci? De câte ori? Câte nuci au acum cei doi copii împreună?

(20 puncte)

II.2. Scrie toate valorile pe care le pot primi numerele $\boldsymbol{a}$ şi $\boldsymbol{b}$, astfel încât egalitatea $\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b} = 11$ să fie adevărată.

(20 puncte)

Clasa a IV-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Observă regula şi completează şirul: 2 9 31 98 300.
(10 puncte)

I.2. Nuferii care cresc pe un lac îşi dublează suprafaţa în fiecare zi. Dacă în 20 de zile acoperă în întregime lacul, nuferii acoperă jumătate din suprafaţa lacului în …… zile.
(10 puncte)

I.3. Produsul a două numere este 126. Dacă se măreşte primul număr cu 5, produsul devine 161. Cele două numere sunt ..…..; …… .
(10 puncte)

I.4. Pentru numerotarea paginilor unei cărţi s-au folosit 330 cifre. Cartea are …… pagini.
(10 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. La un concurs de matematică, elevii clasei a IV-a au avut de rezolvat 8 probleme. Pentru fiecare problemă rezolvată corect li s-au acordat 10 puncte, iar pentru fiecare răspuns greşit li s-au scăzut 2 puncte.
Câte probleme au rezolvat corect deţinătorii premiului întâi, doi şi trei, dacă ei au obţinut respectiv 68, 56 şi 44 puncte ?
(20 puncte)

II.2. Suma a cinci numere naturale este 48. aflaţi numerele ştiind că primul număr este egal cu suma ultimelor trei, al doilea este dublul primului, al treilea număr este o pătrime din al doilea, al patrulea este o treime din primul, iar ultimul este de 6 ori mai mic decât suma ultimelor 3.
(20 puncte)

II.3. Într-o cutie sunt 35 kg de cuie. Cum se poate, cu ajutorul unei balanţe cu două talere şi cu o greutate de 1 kg, prin două cântăriri, să măsurăm 26 kg de cuie ?
(10 puncte)

Clasa a V-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Rezultatul calculului: $2^5 : 2^2 + \left[600 : \left(3 \cdot 10^2 \right)^2 \right]^2$ este ……..

(5 puncte)

I.2. Dacă $\overline{9n5} - \overline{7n1} + \overline{2n6} = \overline{n50}$, atunci n este ……..

(5 puncte)

I.3. Un cioban afirmă că mulţimea picioarelor oilor sale este un număr de patru cifre distincte care reprezintă elemente ale mulţimii A U B, unde A = {1, 2, 3} şi B = {x∈N | 6⋮x}.

a) Numărul minim de oi este ……..
b) Numărul maxim de oi este ……..

(5 puncte)

I.4. Un elev a depus la CEC suma de 500000 lei cu dobândă de 10% pe an. După un an elevul are la CEC suma de ……..

(5 puncte)

I.5. Soluţiile naturale ale inecuaţiei $\frac{7+14+21+28+35+42}{3+6+9+12+15+18} + \frac{x}{6} > x$ sunt …..

(5 puncte)

I.6. Dacă x,y,z,t sunt numere naturale prime şi x+2y+6z+42t = 260, atunci x = …, y = …, z = … şi t = …

(5 puncte)

I.7. Numărul natural n pentru care: $8^n + 8^{n+1} = 18 \cdot 2^{2003}$ este …..

(5 puncte)

I.8. Dacă dintr-un număr de trei cifre scădem 7, rezultatul se divide cu 7; dacă scădem 8, rezultatul se divide cu 8 iar dacă scădem 9, rezultatul se divide la 9. atunci numărul este …..

(5 puncte)

I.9. Dintre fracţiile $\frac{222}{223}$ şi $\frac{223}{224}$, cea mai mare este fracţia …..

(5 puncte)

I.10. Suma tuturor numerelor $\overline{ab}$ cu a şi b distincte este …..

(5 puncte)

PARTEA II:

II.1. Să se determine două numere naturale ştiind că unul dintre ele este cu 44 mai mare decât celălalt şi că prin împărţirea sumei celor două numere la diferenţa lor se obţine câtul 46 şi restul 26.

(20 puncte)

II.2. Trei numere naturale ***a***, ***3a***, ***6a*** au produsul ***P*** divizibil cu suma lor ***S***. Arătaţi că:

a) 50 divide suma ***S***;

b) câtul dintre ***P*** şi ***S*** este un număr natural multiplu de 45;

(20 puncte)

Clasa a VI-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Dacă $\frac{x}{y} = 0,(6)$ atunci raportul $\frac{3y}{9x+5y}$ are valoarea ……..

(5 puncte)

I.2. Dacă c.m.m.d.c. al numerelor 54 şi $\overline{5x6}$ este 18, atunci c.m.m.m.c. al lor este ……..

(5 puncte)

I.3. Dacă suma inverselor a două numere naturale este $\frac{2005}{1002 \cdot 1003}$, iar produsul lor este 1005006, atunci suma lor este …….

(5 puncte)

I.4. Dacă unghiurile A şi B au măsurile de $54^o55'$, respectiv $56^o57'$, atunci suma dintre complementul unghiului A şi suplementul unghiului B este ……..

(5 puncte)

I.5. După ce un călător a parcurs 24% dintr-un drum, mai are de parcurs 130 km până la jumătatea drumului. Lungimea totală a drumului este ……..

(5 puncte)

I.6. Triunghiul ascuţitunghic POM are latura PO = 3cm şi OM = 40mm, iar mediatoarea laturii [PM] intersectează latura [OM] în punctul B. Perimetrul triunghiului POB este ……..

(5 puncte)

I.7. Pentru a anunţa ora 5^{00}, un orologiu bate de 5 ori în 5 secunde. Pentru a anunţa ora 9^{00}, orologiul va avea nevoie de …….. secunde.

(5 puncte)

I.8. Unghiul $A\hat{B}C$ are măsura 130º şi $A\hat{B}C \equiv C\hat{B}D$. Dacă oricare două dintre ele sunt adiacente, atunci m($A\hat{B}D$) este …….

(5 puncte)

I.9. Dacă punctele A, B şi C aparţin dreptei d astfel încât d(A,B) = 30mm; d(B,C)=1,7cm; atunci d(A,C) este ….cm sau ….mm.

(5 puncte)

I.10. Unghiul care este egal cu 150% din suplementul său are măsura de ….. grade.

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Numerele a_1, a_2, …, a_{111} naturale nenule sunt direct proporţionale cu numerele 111, 110, …, 2, 1, iar $a_1 + a_2 + \ldots + a_{111} = 31080$. Să se afle numerele a_1, a_2, …, a_{111}.

(20 puncte)

II.2. Pe laturile [AB] şi [AC] ale ΔABC isoscel cu [AB]≡[AC] se iau punctele D∈(AB), E∈(AC), astfel încât [BD]≡[CE]. Dacă BE∩CD = {P}, atunci:

a) demonstraţi că [BE]≡[CD];

b) demonstraţi că AP este bisectoarea $B\hat{A}C$;

c) Dacă d(A, CD) = 3cm, aflaţi d(A, BE).

(20 puncte)

Clasa a VII-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Dacă a = $\sqrt{1+2+3+...+49}$ şi b= $\sqrt{13(1+2+3+...+25)}$ atunci $|a-b| =$ ……..

(5 puncte)

I.2. Fie numerele (x-1); (x-2); (x-3); ..; (x-50). Pentru x = $\left[2,(3)+\sqrt{1-\frac{5}{9}}\right]:\frac{1}{5}$ produsul numerelor este ..

(5 puncte)

I.3. Fie trapezul ABCD, AB||CD, {O}=AC ∩ BD. Dacă $A_{\Delta BOC}$ = 16cm^2 atunci $A_{\Delta AOD}$ = ……..

(5 puncte)

I.4. Fie numerele: $\begin{cases} x=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot...\cdot\frac{99}{100} \\ y=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot...\cdot\frac{98}{99} \end{cases}$. Atunci produsul numerelor x şi y este ……..

(5 puncte)

I.5. Fie $\frac{a}{a+4}=\frac{b-3}{b}$ cu a,b ∈ N*. Valoarea minimă a raportului $\frac{a}{b}=$.....

(5 puncte)

I.6. Fie un patrulater convex cu lungimile laturilor de 10cm, 24cm, 7cm, respectiv 21cm iar una din diagonale de 26cm. Aria patrulaterului este ……..cm^2.

(5 puncte)

I.7. Produsul celor mai mici 3 numere naturale nenule consecutive, divizibil cu 204 este ……..

(5 puncte)

I.8. Fie ABCD un romb la care m($A\hat{B}D$) = 30^o. Perimetrul său este de 40 cm. Lungimea lui AC este ….....

(5 puncte)

I.9. Fie ABCD un paralelogram, A′ = pr_{BC} A, D′ = pr_{AB} D. Știind că AA′ = 2,5 ; BC = 5 ; DD′ = 4,1(6) ; atunci lungimea laturii AB=...

(5 puncte)

I.10. Fie ABC un triunghi oarecare cu înălţimea AA′ şi mediana AM. Dacă AA′= 12, AM = 13, BC = 30, atunci înălţimea din C este egală cu ……..

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Un triunghi dreptunghic cu m($\hat{B}$) > m($\hat{C}$). Notăm cu D mijlocul ipotenuzei [BC]. Perpendiculara în D pe BC intersectează cateta [AC] în E.

a) Să se demonstreze că m($A\hat{D}E$) = m($\hat{B}$) – m($\hat{C}$);

b) Să se determine măsurile unghiurilor ΔABC ştiind că (AE)≡(ED).

(20 puncte)

II.2. Se dă numărul n = 1234…20032004:

a) Calculaţi suma cifrelor numărului n;

b) Arătaţi că $\sqrt{n}$ este iraţional;

c) Scrieţi primele trei cifre ale numărului $\sqrt{n}$.

(20 puncte)

Clasa a VIII-a

PARTEA I: Trece pe foaia de concurs doar rezultatele:

I.1. Rezultatul calculului $0,(6)\sqrt{18}-2^{-1}\cdot\sqrt{32}$ este ……..

(5 puncte)

I.2. Elementele mulţimii $A=\left\{x\in Z\left|\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}\in N\right.\right\}$ sunt ……..

(5 puncte)

I.3. Dacă DM ⊥ (ABCD), ABCD pătrat de latură 6 cm şi DM = $\sqrt{7}$ cm, atunci d(M; AC) este …….

(5 puncte)

I.4. Valoarea de adevăr a propoziţiei:

„$\sqrt{\left(\sqrt{5}-3\right)^2}+\sqrt{\left(4-\sqrt{7}\right)\left(4+\sqrt{7}\right)}\in Q$”, este ……..

(5 puncte)

I.5. Valorile lui ***a*** numere întregi pentru care A(a; a-3)∈G_f, unde f:R→R, f(x) = ***a***x-3, sunt ……..

(5 puncte)

I.6. Volumul unui cub ABCDA′B′C′D′, dacă aria triunghiului A′C′B este de $8\sqrt{3}$ cm^2, este ……cm^3.

(5 puncte)

I.7. Numerele raţionale ***a***,***b*** care verifică relaţia $a\left(\sqrt{2}+2\right)-b\left(\sqrt{2}+3\right)=3$ sunt ***a*** = …… şi ***b*** = …...

(5 puncte)

I.8. Diagonala unui paralelipiped dreptunghic cu suma tuturor muchiilor egală cu 48cm şi aria totală 94cm^2, este de ……..…. cm.

(5 puncte)

I.9. Valoarea minimă a expresiei $\sqrt{x^2+4x\sqrt{3}+16}+\sqrt{y^2-6y\sqrt{2}+27}$ este ……...

(5 puncte)

I.10. În vârful B al triunghiului dreptunghic ABC cu m($\hat{A}$)=90^o şi AB=4cm, se ridică perpendiculara BD pe planul triunghiului, BD= $4\sqrt{3}$ cm. Măsura unghiului format de planele (DAC) şi (ABC) este ….

(5 puncte)

PARTEA II: Trece pe foaia de concurs rezolvările complete:

II.1. Fie funcţia f:R$\to$R, f(x) = x+1.

a) Calculează măsura unghiului format de graficul funcţiei cu axa absciselor;

b) Calculează f(0)+f(2)+f(4)+…+f(2004);

c) Calculează:

$E(x)=\sqrt{f^2(x)+3x(x-2)}+\sqrt{(x-1)f(x)-4f(x)+1}$ unde $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$;

d) Demonstrează că f^2(x)–f(2x-3)·f(1-3x) > 0, pentru orice x$\in$R.

(20 puncte)

II.2. Fie ABCD un pătrat, MA $\perp$ (ABC), MA = a. Dacă ΔMBD este echilateral, se cere:

a) determină latura pătratului;

b) găseşte cosinusul unghiului format de planele (MBD) şi (ABC);

c) arată că NO ⊥ (ABC), unde N este mijlocul lui (MC), iar O este centrul pătratului.

(20 puncte)

Proba pe echipaje

Clasa a V-a

1. Se dau numerele: $\begin{cases} x = \left(3^{2^{3^0}} + 2^{3^{1^9}} + 2^3 \cdot 5^3 : 10^2 \right) : 3^2 \\ y = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \ldots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ z = 5^{1202} + 5^{1201} + \ldots + 5^3 + 5^2 + 5 + 5^0 \end{cases}$

   a) Calculaţi x şi 4z+1;
   b) Arătaţi că y este pătratul unui număr raţional pozitiv;
   c) Ordonaţi crescător numerele: $x^{1604}; (100y)^{401}$ şi $4z+1$.

(10 puncte)

2. Mai mulţi copii îşi împart o sumă de bani (în lei grei) în mod egal, astfel: primul primeşte o cincime din sumă şi încă un leu greu, al doilea primeşte o cincime din rest şi încă 2 lei grei, al treilea primeşte o cincime din noul rest şi încă trei lei grei şi aşa mai departe.
   a) Aflaţi suma de bani în lei grei care a fost împărţită;
   b) Determinaţi numărul copiilor.

(10 puncte)

Clasa a VI-a

1. Să se afle numărul raţional pozitiv care, după ce se măreşte cu 16%, iar rezultatul se micşorează cu 16%, se va micşora cu 16.

(10 puncte)

1. Punctele A_0, A_1, …, A_{10} sunt situate pe dreapta a, astfel încât $[A_1A_3]$ este dublul lui $[A_0A_1]$, $[A_2A_3]$ este dublul lui $[A_1A_2]$ ş.a.m.d. $[A_9A_{10}]$ este dublul lui $[A_8A_9]$. Ştiind că lungimea $[A_0A_{10}] = 2^{11} - 2$, aflaţi lungimea segmentului determinat de mijloacele segmentelor A_0A_1 şi A_9A_{10}.

(10 puncte)

Clasa a VII-a

2. În trapezul ABCD, (AB || CD, AB < CD) notăm cu O intersecţia diagonalelor. Paralela prin A la BC intersectează pe BD în F şi pe CD în E. Demonstraţi că: $\frac{AF}{AE} = \frac{AO}{OC}$.

(10 puncte)

3. Să se arate că numărul $\sqrt{a} \in N$, unde $a = \underbrace{11...1}_{n+1 \text{ ori}} \cdot \underbrace{11...1}_{n-1 \text{ ori}} + 10^{n-1}$,

$(\forall)\, n \in N, n > 1$

(10 puncte)

Clasa a VIII-a

1. Fie expresia: $F(x) = \frac{4x^2 - 1}{(x+3)^2 + 2(x+3)(x-4) + (x-4)^2}$, unde $x \in R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

   a) Arătaţi că, oricare ar fi $x \in Z$, $(x+3)^2 + 2(x+3)(x-4) + (x-4)^2$ este pătrat perfect.
   b) Aduceţi expresia F la forma cea mai simplă.
   c) Aflaţi $x \in N$ pentru care $F(x) - 1$ este număr întreg.
   d) Rezolvaţi ecuaţia $F(x) = \frac{2}{2x-1}$.
   e) Aflaţi $x \in N$ pentru care $3 \le F(x) \le 5$.

(10 puncte)

2. Fie prisma dreaptă ABCDA′B′C′D′, cu baza pătratul ABCD de latură x şi înălţimea AA′ = y. Notăm cu O, respectiv O′ centrele bazelor ABCD şi A′B′C′D′, iar cu M, respectiv N mijloacele muchiilor AA′ şi CC′.
   a) Aflaţi x şi y ştiind că sunt numere naturale, iar aria totală a prismei este de 18 cm^2.
   b) Pentru x = 1 şi y = 4, calculaţi aria totală şi volumul prismei.
   c) Arătaţi că punctele M, O, N şi O′ sunt coplanare şi stabiliţi natura patrulaterului MONO′.
   d) Aflaţi distanţa de la M la planul (BDB′).

e) Calculaţi măsura unghiului diedru format de planele (QBD) şi (MNO), unde $\{Q\} = OO' \cap MN$.

(10 puncte)

Probleme şi exerciţii propuse

Clasele a III-a şi a IV-a

1. Calculaţi pe x din expresia: $x - (7 \cdot 8 + 3 \cdot 9) = 27$.

2. Calculaţi pe x din expresia: $32:4 + 72:9 - x = 16$.

3. Calculaţi pe a din expresia: $6 \cdot 8 - (3 \cdot 9 + a) = 11$

4. a) Aflaţi termenul necunoscut: $[(x+270:3) \cdot 5+100]:600=1$
   b) Calculaţi: $\{[(126:18+147):14+121]:12-1\} \cdot 11=$

5. a) Calculaţi: $2018-8 \cdot \{7-6 \cdot [5-4 \cdot (3-2 \cdot 1)]\}=$
   b) Aflaţi termenul necunoscut: $\{[(2 \cdot x+24):17+8] \cdot 5+28\} \cdot 8=72 \cdot 3 \cdot 4$

6. a) Aflaţi numărul necunoscut: $[(1+2 \cdot 3+4 \cdot 5+6 \cdot 7+8+9)-10 \cdot 8]\ x=30$
   b) Ştiind că A este mai mare decât C cu 10, să se calculeze valorile celor două numere din egalitatea $185+A-15+C=200$

7. Determinaţi numerele naturale x, y, z din egalitatea: $15x+(2y+3z):x=22$.

8. Găsiţi perechile de numere naturale (a, b) cu $a < b$, pentru care $a \cdot b+3=21$.

9. Calculaţi expresia: $6 + \{60: [7 + (351:3 + 452:4):10] + 18\}:5 =$

10. Calculaţi expresia: $\{150 \cdot 5 - [182:7 + (324:2:6:9 + 39 \cdot 3):5]\}:7 =$

11. Aflaţi x din expresia: $40 + \{3 \cdot [4 + (3+x):2] - 4\} \cdot 3 = 100$

12. Aflaţi x din expresia: $30+5\cdot\{32: x+5\cdot[40+8\cdot(200:5 - 72:2)]\}=1850$.

13. Calculează:
$2 + 4 + 6 + 8 +.....+ 200=$
$1 + 3 + 5 +...+ 99 – 2 – 4 – 6 -...- 56=$

14. Calculează: $100\cdot99 – 98\cdot99+98\cdot97 – 97\cdot96+ \ldots +4\cdot3 – 3\cdot2+2\cdot1 =$

15. Aflaţi numărul care adunat cu triplul său este egal cu 36.

16. 5 lumânări ard împreună în 20 de minute. În câte minute va arde jumătate de lumânare?

17. Aflaţi numărul care adunat cu sfertul său este egal cu 40.

18. Aflaţi numărul care adunat cu jumătatea lui este 27.

19. Fie şirul: 2; 4+6; 8+10+12; ……. . Care este al cincilea termen ?

20. Pentru a se numerota paginile unei cărţi au fost necesare 1770 cifre. Câte pagini a avut cartea?

21. Suma a 10 numere naturale nenule este 54. Arătaţi că măcar două numere sunt egale.

22. Să se afle restul împărţirii la 25: $1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot48\cdot49 + 37$.

23. Se dau sumele $2\cdot a+b = 10$ şi $c+d = 13$, unde a şi b numere naturale. Să se calculeze $b+c+2\cdot a+d$ şi $8\cdot a+3\cdot c+4\cdot b+3\cdot d$.

24. Produsul unui număr cu el însuşi împărţit la 2 este egal cu dublul numărului. Aflaţi numărul.

25. La împărţirea a două numere naturale, deîmpărţitul este 39, iar restul 1. Aflaţi împărţitorul şi câtul, ştiind că sunt diferite de 1 şi că împărţitorul este mai mare decât câtul.

26. Aflaţi numerele care, împărţite la un număr de o cifră, dau restul 7 şi câtul de două ori mai mare decât restul.

27. Care sunt perechile de numere naturale care au diferenţa 3, iar suma lor este un număr de patru cifre al căror produs este 2?

28. Cu cât este mai mare produsul dintre câtul şi suma numerelor 15 şi 5 decât câtul dintre produsul şi câtul lor?

29. Aflaţi două numere care diferă unul de altul cu 424 şi au câtul 3, rest 2.

30. Aflaţi cele două numere naturale, ştiind că diferenţa lor este 5, iar la împărţirea dintre triplul sumei lor şi dublul diferenţei se obţin câtul 9 şi restul 3.

31. Suma a două numere este 64. Dacă împărţim suma la îndoitul diferenţei lor obţinem câtul 4 şi restul 0. Care sunt numerele?

32. Aflaţi numerele *a* şi *b*, ştiind că diferenţa lor este 10, iar la împărţirea dintre suma lor mărită de 5 ori şi diferenţa lor mărită de 4 ori obţinem câtul 2 şi restul 0.

33. Împărţind un număr natural nenul la 7 obţinem restul egal cu câtul. Determină numărul. Câte soluţii are problema ?

34. Să se afle numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, ştiind că: $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx} = 121$ şi $x<y<z$.

35. Află numerele naturale *a* şi *b* ştiind că $(a - 1)\cdot(b - 3) = 12$ şi suma $a+b$ este maximă.

36. Un număr de trei cifre împărţit la răsturnatul său dă câtul 2 şi restul 100, iar diferenţa dintre cifra sutelor şi cea a unităţilor este 4. Să se afle numărul.

37. Află x, y, z cifre distincte, pentru care $\overline{xx} + \overline{yx} + \overline{zx} = \overline{xy3}$.

38. Câtul dintre triplul sumei a trei numere consecutive şi 17 este 6 şi rest 6. Află numerele.

39. Suma a două numere naturale este 64. Dacă împărţim suma la jumătatea diferenţei lor obţinem câtul 4. Care sunt numerele ?

40. La împărţirea a două numere naturale, deîmpărţitul este 37, iar restul 1. Aflaţi împărţitorul şi câtul, ştiind că sunt diferite de 1 şi că împărţitorul este mai mare decât câtul.

41. Să se afle trei numere pare, consecutive care au suma un număr de forma $\overline{xx}$.

42. Scrie toate numerele naturale de 4 cifre distincte, care au cifra zecilor 7 şi suma cifrelor 11.

43. Scrie numerele naturale pare de forma $\overline{a5b}$, care au suma cifrelor 14.

44. Să se determine numerele $\overline{ab}$ (numere naturale de două cifre) care au proprietatea că fiecare este de patru ori suma cifrelor sale.

45. Să se determine numerele *a*,*b*,*c*,*d* dacă produsul lor este 24, produsul dintre primul şi al treilea este 8, iar suma dintre al doilea şi al treilea este 7. Cu valorile găsite scrieţi cel mai mare şi cel mai mic număr natural de 4 cifre.

46. Într-o împărţire a două numere naturale, câtul este un sfert din împărţitor, iar restul jumătate din cât. Suma împărţitorului cu câtul şi restul este 44. Să se reconstituie împărţirea.

47. Câtul a două numere naturale este 3. Dacă se măresc ambele numere cu 10, câtul lor va fi 2. Să se determine cele două numere.

48. În două lădiţe erau 59 de mere. După ce Ioana a mâncat 26 de mere din prima lădiţă şi 17 mere din a doua, a constatat că a rămas un număr egal de mere în fiecare ladă. Câte mere erau la început în fiecare lădiţă?

49. Într-o cutie sunt 61 de fundiţe: roşii, verzi şi albe. După ce s-a folosit acelaşi număr de fundiţe din fiecare culoare, în cutie au

rămas: 12 fundiţe roşii, 15 fundiţe verzi şi 7 fundiţe albe. Câte fundiţe de fiecare culoare erau la început în cutie?

50. Suma a 3 numere este 63. Să se afle numerele, ştiind că primul număr este un sfert din al doilea număr şi jumătate din al treilea. Care sunt numerele?

51. Trei fraţi au împreună 45 lei. Câţi lei are fiecare, dacă cel mare are de 3 ori suma celui mic, iar mijlociul are jumătatea sumei mezinului?

52. O lucrare de construcţie a fost plătită cu 31900 lei unor zidari şi unor dulgheri. Primii au primit câte 500 lei, ceilalţi câte 600 lei. Toţi dulgherii au primit împreună cu 3100 lei mai puţin decât zidarii. Câţi zidari şi câţi dulgheri au realizat lucrarea?

53. Pentru o grădiniţă s-au cumpărat mere şi caise, 70kg, plătindu-se 420000 lei. Cantitatea de mere cumpărate a fost de 4 ori mai mare decât cea de caise. 1 kg de caise a costat de 2 ori mai mult decât 1 kg de mere. Câţi lei a costat 1 kg de mere? Dar 1 kg de caise?

54. Suma a trei numere este 6040. Dacă se împarte primul număr la al doilea, se obţine câtul 2 şi restul egal cu al treilea număr. Aflaţi cele trei numere ştiind că al treilea număr este de 100 de ori mai mic decât al doilea număr.

55. În două coşuleţe, Ana are căpşune. Primul coşuleţ are cu 38 căpşune mai multe decât al doilea. Câte căpşune trebuie să mute Ana din primul coşuleţ în al doilea, pentru ca în acesta să fie cu 12 căpşune mai multe decât în primul?

56. Se dau trei numere naturale. Al doilea număr este pătrimea primului număr plus 4, iar al treilea număr este sfertul celui de-al doilea plus 4. Ştiind că diferenţa dintre primul şi al treilea număr este de 145, aflaţi valoarea celor trei numere.

57. Să se afle patru numere pare consecutive a căror sumă este egală cu: $(400 – 240 + 100) : (10 – 5) =$

58. Suma a trei numere a, b, c este 900. Aflaţi numerele ştiind că b este de trei ori mai mare decât a şi cu 25 mai mic decât c.

59. Aflaţi suma a patru numere naturale a,b,c,d ştiind că suma primelor două este 56, al treilea număr este suma jumătăţilor primelor două numere, iar al patrulea este cu 25 mai mic decât triplul lui c.

60. Suma a două numere este produsul dintre numerele 160 si 5. Cât este fiecare număr dacă al doilea număr e mai mic decât primul număr cu 284?

61. Un frate şi o soră au împreună 60 de ani. Când fratele avea 10 ani, fata avea 14 ani. Câţi ani are fiecare acum?

62. Anca a citit o carte de 210 pagini în patru zile astfel: în prima şi a doua zi a citit 100 de pagini, a patra zi a citit cu 10 pagini mai mult decât a treia zi şi cu 20 mai mult decât a doua zi. Câte pagini a citit în fiecare zi?

63. Din triplul numărului 197 scădeţi sfertul numărului 2024. Diferenţa obţinută o micşoraţi de 5 ori, apoi noul rezultat îl măriţi cu 105. Comparaţi numărul obţinut cu 199.

64. Avem trei numere. Dacă împărţim primul număr la al doilea sau al doilea la al treilea obţinem câtul 2 şi restul 1. Aflaţi cele 3 numere ştiind că diferenţa dintre primul şi al treilea este 42.

65. La un magazin este un număr de calculatoare de 4 ori mai mare decât la altul. Dacă primul magazin vinde 96 de calculatoare şi al doilea 6 calculatoare, atunci rămâne un număr egal de calculatoare. Câte calculatoare au fost la început în fiecare magazin?

66. Suma a două numere este 780. Dacă primul număr se împarte exact la 3 şi al doilea exact la 2, diferenţa câturilor este 10. aflaţi cele două numere.

67. Suma a două numere este cu 206 mai mare decât diferenţa lor. Al doilea număr este cu 141 mai mic decât diferenţa. Află numerele.

68. Victor şi cei doi fraţi ai săi, care sunt gemeni, au împreună 39 ani. Câţi ani are fiecare dacă acum cinci ani, suma vârstelor celor doi gemeni era egală cu vârsta lui Victor ?

69. Să se afle două numere ştiind că suma lor este de 5 ori mai mare decât diferenţa lor, iar la împărţirea celor două numere se obţine câtul 1 şi restul 3.

70. La cei 10 ani ai săi, Costel observă că adunând vârsta sa cu cea a bunicului obţine de 2 ori vârsta tatălui. Aflaţi vârsta bunicului şi a fiului acestuia dacă peste 7 ani bunicul va avea cu 50 de ani mai mult decât nepotul.

71. În 7 cutii se află acelaşi număr de piese (figuri geometrice). Dacă din fiecare cutie se iau câte 25 piese, în cele 7 cutii rămân tot atâtea piese câte au fost la început în 2 cutii. Câte piese au fost la început în fiecare cutie ?

72. Într-o cutie sunt de 4 ori mai multe bile roşii decât albe. Dacă se iau 6 bile roşii şi 3 bile albe, în cutie rămân de 6 ori mai multe bile roşii decât bile albe. Câte bile roşii şi câte bile albe au fost la început ?

73. Magazinul METRO a vândut într-o zi 14852 kg cartofi, cu 6957 kg mai puţin ceapă, morcov 693 kg, iar pătrunjel de 3 ori mai puţin decât morcov şi 1469 kg varză. Câte kilograme de legume a vândut magazinul?

74. În trei lăzi sunt 612 kg de marfă. În a doua ladă este de 2 ori mai multă marfă decât în prima şi cu 2 kg mai puţin decât în a treia. Câte kilograme de marfă sunt în fiecare ladă ?

75. Dintr-o ţeavă de oţel de 458 g s-au tăiat: o ţeavă mică, o ţeavă de 2 ori mai mare decât prima şi două ţevi de 3 ori mai mari decât prima şi au rămas 8 g de ţeavă. Cât cântăreşte fiecare ţeavă ?

76. Tatăl împreună cu fiul au 85 de ani. Tatăl este mai bătrân decât fiul cu 45 de ani. Să se determine peste câţi ani tatăl va avea vârsta dublă în raport cu fiul.

77. Mama, tata şi fiul au împreună 125 de ani. Dacă mama şi tata au aceeaşi vârstă egală cu de 2 ori vârsta fiului, să se afle cu câţi ani este mai mare tatăl decât fiul.

78. Mama are de 2 ori vârsta fiicei şi este cu 2 ani mai mică decât soţul ei. Împreună cei trei au 102 ani. Să se determine vârsta mamei.

79. Un casier, fiind întrebat cât a încasat într-o zi, a răspuns: *„Dacă aş mai fi încasat un sfert din cât am încasat şi încă 500 lei, atunci aş fi încasat 55100 lei."* Cât a încasat casierul în ziua respectivă?

80. Raluca are de 5 ori mai mulţi bani decât Diana. Dacă i-ar da Dianei 53 lei şi ar cheltui 62 lei, cele două prietene ar avea sume egale. Câţi lei are fiecare?

81. Pe o carte am dat 4 lei şi jumătate din preţul ei, iar pe un joc 12 lei şi un sfert din preţul său. Câţi lei costă cartea şi jocul împreună? Dar 5 cărţi şi 8 jocuri?

82. Mihaela are 10 ani, iar mama ei 43 ani. Peste câţi ani vârsta Mihaelei va fi jumătate din vârsta mamei?

83. Întrebat câţi elevi are, Pitagora a răspuns: "*Jumătate din ei studiază matematica, o pătrime studiază natura, o şeptime meditează în tăcere, iar restul sunt 3 fecioare.*" Câţi elevi avea Pitagora?

84. La un concurs de matematică, un elev obţine pentru 8 probleme 46 de puncte. Câte probleme au fost corecte şi câte greşite, ştiind că pentru o problemă rezolvată corect a obţinut 10 puncte, iar pentru o problemă greşită a pierdut 7 puncte ?

85. "- *Dă-mi 2 creioane de la tine pentru a avea câte ai tu*", spune Ioana.
"- *Dă-mi tu 2 creioane şi voi avea de două ori mai mult ca tine*", răspunde Anca.
Câte creioane are fiecare?

86. Peste 2 ani, vârsta Mariei va fi o treime din vârsta mamei, dar cu 8 ani în urmă vârsta fetei era o optime din cea a mamei. Ce vârstă are fiecare acum ?

87. Trei copii şi-au împărţit un număr întreg de nuci cuprins între 250 şi 300, astfel: primul a primit un număr de perechi egal cu numărul grămezilor de câte 5 nuci primite de al doilea şi cu dublul numărului de grămezi de câte 13 primite de-al treilea. Câte nuci a primit fiecare ?

88. Aflaţi numerele naturale a şi b, ştiind că diferenţa lor este 10, iar câtul la împărţirea dintre suma lor mărită de 5 ori şi diferenţa lor mărită de 4 ori este 2.

89. În trei lăzi sunt 72 nuci. Dacă o treime din numărul nucilor din prima ladă se mută în a doua ladă, apoi un sfert din numărul nucilor din lada a doua se mută în a treia ladă, în fiecare ladă avem acelaşi număr de nuci. Câte nuci au fost iniţial în fiecare ladă ?

90. Trei fraţi au depus la bancă câte 750 lei. Doresc să-şi cumpere un laptop care costă 3610 lei. Pentru fiecare 100 lei, ei primesc dobândă anuală de 20 lei. Pot să-şi cumpere laptopul după 2 ani? Dacă nu, de ce sumă mai au nevoie? Dacă da, ce sumă le mai rămâne? (Presupunem că preţul şi dobânda nu se modifică).

91. Într-o urnă sunt 20 bile identice, numerotate de la 1 la 20. Se extrag 4 bile. Prima bilă extrasă are numărul 10, a doua are numărul egal cu o pătrime din numărul bilei a treia, iar a patra bilă are numărul o doime din suma numerelor primelor două bile, adică 7. Care este suma numerelor bilelor extrase ?

92. După ce a parcurs două din cele 5 părţi egale ale unui drum, un călător constată că mai are de parcurs cu 75 km mai mult decât a mers până aici. Ce lungime are drumul?

93. Într-o clasă sunt 32 băieţi şi fete. Câţi băieţi şi fete sunt, ştiind că, dacă ar fi cu 4 băieţi mai puţini, un sfert din numărul lor ar fi egal cu o treime din numărul fetelor.

94. Se împart 48 de mere în două grămezi. Se iau din prima grămadă cât sunt în a doua şi se adaugă în a doua. Se ia din a doua grămadă o pătrime din numărul de mere care era iniţial în prima şi se adaugă în prima grămadă. În urma acestor operaţii, grămezile au acelaşi număr de mere. Câte mere au fost la început în fiecare grămadă?

95. Suma a trei numere este 120. Dacă am scădea 7 din primul număr şi am adăuga 7 la al doilea număr, primul număr ar deveni de 3 ori mai mare decât al doilea, iar dacă din al treilea am scădea 5 şi am adăuga la al doilea 5, atunci al treilea ar deveni cu 2 mai mare decât al doilea. Care sunt cele trei numere?

96. Dintr-un număr scădem jumătate din el şi încă 1, din rest scădem jumătate din el şi încă 1, din rezultat scădem din nou jumătate şi încă 1 şi se obţine 6. Care este numărul iniţial ?

97. Aflaţi 6 numere naturale consecutive, ştiind că triplul sumei primelor trei este egal cu dublul sumei ultimelor trei.

98. Pe o masă sunt 5 cărţi numerotate de la 1 la 5. Prima carte are cel mai mic număr de pagini, a doua are un număr de pagini egal cu triplul paginilor primei cărţi, iar fiecare dintre următoarele trei cărţi au câte un număr de pagini egal cu suma paginilor precedentelor două. Aflaţi câte pagini au toate cele cinci cărţi, dacă ultima carte are cu 72 de pagini mai mult decât prima şi a patra la un loc.

99. Fiind întrebată ce vârstă are, Maria a răspuns: „*Cu 5 ani în urmă aveam de 3 ori mai puţin decât voi avea peste 7 ani*”. Câţi ani are Maria?

100. Dacă înaintea unui număr de o cifră scriem cifra 3, obţinem un număr cu 54 mai mic decât numărul pe care îl vom obţine dacă scriem cifra 3 la sfârşitul lui. Care este acel număr?

101. Ana şi Maria au împreună 336 fotografii, puse în două albume care au acelaşi număr de foi fiecare. Ştiind că pe o foaie din albumul Anei se pot pune 16 fotografii, iar pe o foaie din albumul

Mariei se pot pune 12 fotografii, aflaţi câte fotografii are fiecare fată.

102. La un concurs pe teme geografice, din clasa a IV-a A s-au prezentat Andrei, Bogdan şi Codrin. Ei au avut de răspuns, fiecare, la câte 10 întrebări. Pentru fiecare răspuns corect li s-au acordat 10 puncte, iar fiecare răspuns greşit a fost penalizat cu 5 puncte. Stabiliţi clasamentul final, dacă Andrei a dat cu trei răspunsuri bune mai puţin decât Codrin.

103. Mihai, Andrei şi Ioana au împreună 360 de timbre. Dacă Mihai i-ar da lui Andrei 15 timbre şi Ioanei 35 timbre, atunci Mihai ar avea de 3 ori mai puţine decât Ioana şi de două ori mai puţine decât Andrei. Câte timbre a avut fiecare?

104. Într-un magazin au fost 140 m de stofă cu preţul de 18500 lei / m şi 168 m de pânză albă cu preţul de 5000 lei / m. La sfârşitul zilei a mai rămas în magazie $\frac{1}{5}$ din cantitatea de stofă şi $\frac{1}{3}$ din cantitatea de pânză. Cât s-a încasat pe marfa vândută?

105. Pentru a cumpăra 4 mingi de fotbal mai trebuie 15 lei iar dacă se cumpără 3 mingi mai rămân 10 lei. Cât costă o minge şi câţi lei sunt?

106. Trei grădini dreptunghiulare au suma perimetrelor de 1090 m. Prima grădină are perimetrul cu 108 m mai mare decât a doua grădină şi cu 316 m mai mic decât a treia grădină. Să se afle lungimea celei de-a treia grădină, care are lăţimea cât un sfert din lungime.

107. În două cutii mari şi trei cutii mici sunt 111 bomboane. Câte bomboane sunt în cutiile mari şi câte în cele mici, dacă o cutie mică are cu 8 bomboane mai puţine decât una mare?

108. Suma vârstelor a doi fraţi este egală cu jumătate din vârsta mamei. Acum 6 ani, vârsta mamei era de 5 ori mai mare decât suma vârstelor celor 2 copii. Ce vârstă are fiecare copil în prezent, dacă unul este cu doi ani mai mic decât celălalt?

109. O familie are 4 copii. Nici unul dintre aceştia nu este cel mai mic, dar nici cel mai mare. Ce vârstă are fiecare, dacă, produsul vârstelor lor este 36?

110. Alina, mama şi tata au împreună 64 de ani. Alina are vârsta de trei ori mai mică decât mama, iar tata, cât cele două la un loc. Câţi ani are fiecare? Peste câţi ani, tata va avea dublul vârstei Alinei?

111. Pentru împodobirea bradului de Crăciun s-au cumpărat 118 globuleţe galbene şi roşii. Câte globuleţe din fiecare culoare sunt ştiind că, dacă ar fi cu 8 mai puţine galbene, atunci jumătate din numărul celor galbene ar reprezenta de trei ori mai mult decât un sfert din numărul celor roşii.

112. Aşteptând nepoţii în vizită, bunica a pregătit prăjituri. Numărând prăjiturile şi-a spus: „Pentru ca fiecare nepot sa capete cate 5 prăjituri ar trebui sa mai gătesc 3, daca insa fiecare se mulţumeşte cu doar 4, atunci 3 prăjituri vor rămâne pentru mine”. Câţi nepoţi are bunica?

113. La o fermă cresc oi şi găini. În total sunt 745 capete şi 1880 picioare. Câte oi şi câte găini sunt la fermă ?

114. Cristina a primit de ziua ei trandafiri. Dacă îi aşează câte 3 în vază, îi rămân 10 trandafiri, iar dacă îi aşează câte 5, în ultima vază va fi doar unul. Câţi trandafiri a primit Cristina ?.

115. Află câte fete şi câţi băieţi participă la un joc, ştiind că dacă formează echipe fată-băiat, rămân 8 fete fără pereche, iar dacă formează echipe compuse din 3 fete şi un băiat, rămân 2 băieţi fără pereche.

116. Dacă se aşează câte 10 creioane într-o cutie, rămân 6 cutii goale şi o cutie cu 9 creioane, iar dacă se aşează câte 6 creioane într-o cutie, rămân 3 creioane. Câte cutii şi câte creioane sunt?

117. Într-o cutie sunt trei feluri de bomboane: 10 cu mentă, 7 cu ciocolată şi 15 cu fructe. Care este numărul minim pe care trebuie să le luăm din cutie pentru a fi siguri că luăm câte o bomboană de fiecare fel?

118. Ancuţa are într-un sertar din dulapul său 7 şosete albe şi 7 şosete negre. Pentru că becul din camera sa nu funcţionează, ea se întreabă:
   a) Câte şosete trebuie să ia pentru a fi sigură că va încălţa o pereche de aceeaşi culoare?
   b) Câte şosete trebuie să ia pentru a fi sigură că printre ele se află o pereche de şosete albe?

119. Într-o ladă au fost amestecate mere de 3 soiuri. Care este cel mai mic număr de mere scoase la întâmplare din ladă, pentru ca printre ele să se găsească:
   a) cel puţin 2 mere din acelaşi soi;
   b) cel puţin 3 mere din acelaşi soi.

120. Oana are mere şi pere. Dacă le grupează câte un măr şi o pară, rămâne cu 6 pere, iar dacă le grupează câte un măr şi două pere, îi rămân două mere. Câte fructe are din fiecare?

121. Într-o Grădină Zoologică, patrupedele, păsările şi şerpii au în total 400 capete, 1200 picioare şi 450 limbi. Câte patrupede, păsări şi şerpi (presupuşi a avea două limbi fiecare) sunt în acea grădină?

122. Într-o cabană sportivă sunt mai puţin de 400 sportivi. Dacă ei s-ar grupa câte 2,3,4 sau 5 atunci, de fiecare dată, ar rămâne unul singur. Dacă s-ar grupa câte 7 atunci nici un sportiv nu ar rămâne în afara grupelor. Câţi sportivi sunt în cabană?

123. De o parte şi de alta a unei alei de 138m s-au pus bănci cu lungimea de 2m şi distanţa dintre ele de 15m. Câte bănci sunt ştiind că acestea s-au pus chiar din capătul aleii ?

124. Într-o sală de spectacole, scaunele sunt aşezate câte 15 pe un rând, în total fiind 25 de rânduri. Scaunele sunt numerotate de la 1 la 375.
   a) Ce număr are scaunul din centrul sălii ?
   b) Ce numere au scaunele de pe rândul 22 ?

125. Într-o urnă sunt 300 bile roşii, galbene şi albastre. Ştiind că 235 nu sunt roşii, iar dacă mărim de 5 ori numărul bilelor galbene mărit cu 5, obţinem un număr de 3 ori mai mic decât bilele albe, să se afle care este numărul minim de bile pe care trebuie să le

extragem, fără a ne uita în urnă, pentru a fi siguri că am luat cel puţin 3 bile:
a) albastre;
b) de aceeaşi culoare;
c) din fiecare culoare.

126. Un elev isteţ trebuie să deschidă 6 dulapuri cu 6 chei, fără să ştie care cheie corespunde fiecărui dulap. Care este numărul maxim de încercări pentru a deschide fiecare dulap ?

127. Pentru traversarea unui râu un grup de 21 copii angajează un barcagiu în a cărui barcă încap 7 persoane. Câte drumuri dus-întors trebuie să facă acest barcagiu? Eşti sigur? Mai verifică o dată!

128. Dacă tipărirea unei cărţi durează 7 săptămâni şi ea a început la 15 mai, când se va termina de tipărit cartea?

129. Reconstituie un număr de telefon despre care ştim:
- numărul are 6 cifre;
- numărul format din ultimele 3 cifre este 4 ori mai mare decât numărul format din primele 3 cifre;
- cifra a treia şi a patra sunt identice;
- a doua cifră este dublul primei cifre;
- a treia cifră este dublul celei de-a doua, fiind în acelaşi timp şi cu 2 mai mare ca aceasta.

130. Trei copii aveau de împărţit 23 lei şi primul trebuia să ia o doime, al doilea o treime şi al treilea o optime din sumă. Un coleg al lor, care avea şi el 1 leu, a reuşit să le facă această împărţire. Câţi lei a luat fiecare copil?

Clasa a V-a

1. Fie numărul $\boldsymbol{a}$ = 12345678910111213…2010.
   a) Aflaţi câte cifre are acest număr.
   b) Precizaţi cifra de pe locul 50.
   c) Să se suprime 100 de cifre astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil.

2. Câte numere de trei cifre au produsul cifrelor egal cu 0?

3. Albă ca Zăpada le-a pregătit celor şapte pitici un număr de prăjituri. Pe măsură ce se trezeşte, fiecare pitic mănâncă jumătate din numărul prăjiturilor găsite plus una. Piticul cel mic, fiind cel mai somnoros s-a trezit ultimul şi a mai găsit o singură prăjitură. Ştiind că piticii s-au trezit la ore diferite, aflaţi câte prăjituri a pregătit Albă ca Zăpada.

4. Făt-Frumos porneşte într-o călătorie peste trei mări şi şapte ţări, ca să aducă o plantă care îşi dublează numărul florilor în fiecare zi. Înainte ca Făt-Frumos să îşi înceapă călătoria planta avea două flori, dar pe drumul de întoarcere, după ce planta este ruptă, florile încep să se usuce, una în prima zi, 3 în a doua zi, 5 în a treia ş.a.m.d.. Care este numărul florilor pe care le are planta atunci când Făt-Frumos ajunge înapoi, dacă traversarea unei mări durează trei zile şi a unei ţări o zi?

5. Aflaţi suma cifrelor numărului $\mathbf{N} = 2^{2010} \cdot 5^{2011} - 2011$.

6. Determinaţi numărul natural $\overline{abcd}$, ştiind că:
$$\left(\overline{abcd}\right)^1 \cdot \left(\overline{abcd}\right)^3 \cdot \left(\overline{abcd}\right)^5 \cdot \ldots \cdot \left(\overline{abcd}\right)^{4019} = \left(\overline{abcd}\right)^{\left(\overline{abcd}\right)^2}$$

7. Arătaţi că numărul $\boldsymbol{N} = 2\cdot(1+2+3+\ldots+2009)+2010$ este pătratul unui număr natural.

8. Arătaţi că numărul $\boldsymbol{n} = 6+6^2+6^3+\ldots+6^{2011}+2011$ nu poate fi pătrat perfect.

9. Diferenţa a două numere naturale este 93. Aflaţi cele două numere ştiind că împărţind pe cel mai mare la cel mai mic obţinem câtul 9 şi restul 5.

10. Diferenţa a două numere naturale este 413. Dacă împărţim numărul mai mare la o treime din numărul mai mic obţinem câtul 9 şi restul 53. Aflaţi cele două numere.

11. Determinaţi numerele naturale ***n***, ştiind că împărţind pe ***n*** la 15 se obţine câtul egal cu restul împărţirii lui ***n*** la 17, iar împărţind pe ***n*** la 17 se obţine câtul egal cu restul împărţirii lui ***n*** la 15.

12. Care este cel mai mic şi care este cel mai mare număr de patru cifre care împărţit la 74 să dea restul 19? Câte numere de patru cifre împărţite la 74 dau restul 19?

13. Să se determine restul împărţirii numărului:
$A = n^3(n+1)^3(n+2)^3 + 5$ la 8.

14. Să se determine restul împărţirii numărului:
$B = n^3(n+1)^3(n+2)^3 ... (n+1999)^3 + 2010$ la 2000.

15. Aflaţi un număr de trei cifre care împărţit la răsturnatul său dă câtul 2 şi restul 100, iar diferenţa dintre cifra sutelor şi cifra unităţilor este 4.

16. Arătaţi că dacă numărul $\overline{abcab}$ dă restul 9 la împărţirea cu 91, atunci cel puţin o cifră a sa este egală cu 1.

17. Arătaţi că numărul ***A*** = 1+4+7+10+…+2011 este multiplu al numărului 671.

18. Arătaţi că $n(n+3)(3n+2)(5n+1)$ este divizibil cu 4.

19. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{xyz} : 2$ cu proprietatea că $y = 2z$ şi x împărţit la y dă câtul 1 şi restul 3.

20. Arătaţi că numărul $A = 5 \cdot 12^n \cdot 3^{n+2} + 6 \cdot 4^{n+1} \cdot 9^{n+2} + 18^{n+1} \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 6^{2n+1}$ este divizibil cu 2010, pentru orice număr natural.

21. Se dă egalitatea: $1+1\cdot3+1\cdot3\cdot5+1\cdot3\cdot5\cdot7+\ldots+1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot\ldots\cdot1999 - x = 9999$.
    a) Arătaţi că $10 / x$.
    b) Arătaţi că x nu este divizibil cu 9.

22. a) Fie $N = \overline{abcde}$. Arătaţi că dacă $\overline{cde} - \overline{ab} \vdots 7,11 \text{ sau } 13$ atunci $N \vdots 7,11 \text{ sau } 13$.
    b) Arătaţi că $N = \overline{abbab} - 2b \vdots 7,11$, iar $N = \overline{abbab} - 9b \vdots 13$.

23. Să se arate că diferenţa dintre un număr natural de trei cifre $\overline{abc}$ ($a > c$) şi răsturnatul său este un număr divizibil cu 9 şi cu 11.

24. Trei numere naturale x, $3x$, $6x$ satisfac condiţia că produsul P al lor se divide prin suma lor S. Arătaţi că:
    a) $S \vdots 50$;
    b) câtul dintre P şi S este un număr natural divizibil cu 45.

25. Arătaţi că numărul $9^{2010} + 7^{2010} \vdots 10$.

26. Fie numărul $A = 1+2^1+2^2+2^3+\ldots+2^{2011}$.
    a) Aflaţi ultima cifră a numărului A.
    b) Arătaţi că A este divizibil cu 15.

27. Fie numărul $N = 1^{2009}+2^{2009}+3^{2009}+\ldots+2010^{2009}$.
    a) Arătaţi că N este divizibil cu 5.
    b) Să se studieze dacă numărul $N+2^{2011}$ este pătrat perfect.

28. Determinaţi numărul natural $\boldsymbol{n}$ din egalitatea: $3\cdot3^2\cdot3^3\cdot\ldots\cdot3^{10} - 27^{18} = 2\cdot3^{\boldsymbol{n}}$.

29. Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţiile:
    a) $2x + 4x + \ldots + 100x + 102 = x + 3x + 5x + \ldots + 101x$;
    b) $x + 3x + 5x + \ldots + 201x = 2x + 4x + \ldots + 200x + 1010$.

30. În cadrul unui concurs un elev obţine pentru 10 răspunsuri 130 lei. Să se afle câte răspunsuri au fost corecte şi câte greşite, ştiind că pentru un răspuns corect a obţinut 25 lei, iar pentru un răspuns greşit a pierdut 15 lei.

31. Aflaţi media aritmetică a numerelor: a = 1 + 3 + 5 + … + 1999 şi b = 2 + 4 + 6 + … + 2000.

32. Se dau mulţimile: $A=\left\{x\in N\,\middle|\, 9\le x^2<40\right\}$, $B=\left\{y\in N\,\middle|\, y=(x+3):2, x\in A\right\}$.
    a) Să se determine elementele mulţimilor A şi B.
    b) Există elemente $m\in N$ şi $n\in N$ astfel ca: $A\cap B=(\{m,5,6\}\setminus A)\cup(\{n,3,4\}\setminus B)$?

33. Fie mulţimile $A=\{5x+3;4\}$ şi $B=\{x^2;2y+1\}$, unde x, y $\in$N.
    a) Determinaţi ***x*** şi ***y*** astfel încât mulţimea A∪B să aibă două elemente.
    b) Dacă ***y*** = 2, determinaţi ***x*** astfel încât A∪B să aibă trei elemente.

34. Fie mulţimile:
    $A=\left\{x\in N^*\,\middle|\, x \text{ este restul impartirii unui numar natural la } 6\right\}$,
    $B=\left\{x\in N\,\middle|\, 2^x\le 14\right\}$ şi $C=\left\{x\in N\,\middle|\, x=u\left(3^n\right), n\in N\right\}$. Determinaţi $(A\cap B)\cup(C\setminus B)$.

35. Determinaţi mulţimile *A* şi *B*, ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile: $A\cup B=\{a,b,c,d,e\}$; $A\setminus B\subset B\setminus A$; $A\cap B=\{b,c,d\}$

36. Fie $A=\left\{5n+2,5n+3,5n+8\,\middle|\, n\in N\right\}$ şi $B=\left\{m^2\,\middle|\, m\in N\right\}$. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:
    a) A = B;
    b) $A\subset B$;
    c) $A\cap B=\varnothing$.

37. Aflaţi cardinalul mulţimilor:
    a) $A=\left\{x\in N\,\middle|\, 999<x\le 2010\right\}$;

b) $B = \{23; 29; 35; 41; ...; 317\}$.

38. Considerăm mulţimea $A = \left\{x \in N \middle| 3^n \le x \le 3^{n+2}, \text{unden} \in N^*\right\}$
    a) Aflaţi numărul de elemente al mulţimii *A*.
    b) Determinaţi *n* ştiind că *A* are 1945 elemente.

39. Un grup de 140 de elevi au fost plecaţi la munte şi la mare. Câţi elevi au fost şi la munte şi la mare, dacă 48 de elevi au fost numai la mare, şi cu 20 mai mulţi au fost numai la munte?

40. În clasa a V-a sunt 27 de elevi. În vacanţa de iarnă se organizează două activităţi: vizionarea unui film şi un concurs de sanie pe o pârtie din Iaşi. 20 dintre elevi participă la vizionarea filmului, iar 25 de elevi la concursul de sanie. Ştiind că fiecare elev a participat la cel puţin o activitate, aflaţi:
    a) Câţi elevi participă la ambele activităţi ?
    b) Câţi elevi participă numai la concursul de sanie ?

41. Fie şirul de numere: 2, 9, 16, 23, ……. . Scrieţi: încă 3 termeni ai şirului, apoi numărul al 23-lea din şir şi apoi calculaţi suma primelor 43 de numere din şir.

42. Să se arate că orice putere naturală a lui 25 se poate scrie ca o sumă de două pătrate perfecte.

43. Să se arate că orice putere a lui 13 se poate descompune în sumă de două pătrate perfecte.

44. Să se scrie numărul 1997^{1998} ca sumă de 1997 numere naturale consecutive.

45. Demonstraţi că suma $\overline{abba} + \overline{aabb}$ nu poate avea ca rezultat un pătrat perfect.

46. Să se arate că numărul $1^n + 5^n + 6^n$ nu poate fi pătrat perfect oricare ar fi $n \in N$.

47. Stabiliţi dacă propoziţia „$\boldsymbol{a}$ este impar şi $\boldsymbol{a}$ este pătrat perfect” unde numărul $\boldsymbol{a} = 2^0+2^1+2^2+...+2^{2001}$ adevărată sau falsă.

48. Fie numerele: $\boldsymbol{a} = 8^{3n+2}\cdot 25^{n+1}$; $b = 7\cdot 5^{n+2}\cdot 15^{n+1}$, $n\in N$.`
    a) Comparaţi $\boldsymbol{a}$ şi $\boldsymbol{b}$.
    b) Arătaţi că $\boldsymbol{a}$ şi $\boldsymbol{b}$ dau acelaşi rest la împărţirea cu 75 ori care ar fi $n\in N$.

49. a) Să se calculeze $\boldsymbol{S} = 51+ 52 + ... + 151$.
    b) Să se scrie 101^n $(n \geq 2)$ $n\in N$ ca sumă de101 numere naturale consecutive.

50. Dacă $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b} = 120$ şi $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c} = 40$ atunci calculaţi $2\boldsymbol{a}+9\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$.

51. Să se arate că $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{99} < 2^{100}$.

52. Se dau numerele:. $a = 3^1\cdot 3^2\cdot 3^3\cdot ...\cdot 3^{1985}$, $b = (27^{331})^{1985}$ şi $c = 3^{1986}\cdot 3^{1987}\cdot ...\cdot 3^{n-1}\cdot 3^n$.
    a) Comparaţi a şi b;
    b) Determinaţi $n\in N$ astfel încât $a\cdot c = (27^{667})^{1000}$.

53. Se dau numerele: $a = 2^{1653} - 2^{1652} - 2^{1651}$, $b = 3^{993} - 2\cdot 3^{992} - 2\cdot 3^{991} - 3^{990}$ şi $c = 7^{662} + 9\cdot 7^{660} - 8\cdot 7$. Scrieţi în ordine crescătoare numerele a,b,c.

54. Dacă a+b+c = 14 calculaţi $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$.

55. Rezolvaţi în **N** ecuaţia: $3\cdot 5^{x-1981}+ 4\cdot 5^{x-1983} +2\cdot 5^{x-1984} = 1985$.

56. Să se arate că numărul $\boldsymbol{A}$ = 2001+2·(1+2+…+2000) este pătrat perfect.

57. Rezolvaţi în **N** ecuaţia: $9\boldsymbol{x}+15\boldsymbol{x}+21\boldsymbol{x}+...+333\boldsymbol{x} = 9\cdot 11\cdot 13\cdot 15\cdot 17\cdot 19$.

58. Să se rezolve în **N** ecuaţia: $4^x+3^y+2^z = 59$.

59. Să se determine numerele naturale $\boldsymbol{m}$ şi $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{n} \geq 3$ pentru care: $2^{n-3}+5^{2m+1}+6^{n-1} = 3162$.

60. Să se determine numerele naturale a, b, c ştiind că: $6 \cdot \left(3^a + \overline{bb}\right) + 2^c = 493$.

61. Să se rezolve în **N** ecuaţia: $a^2+3a - 88 = 0$.

62. Să se rezolve în **N** ecuaţia: $x^{2y} = 272 - x^y$.

63. Să se rezolve în **N** ecuaţia: $4^x+4^{x+1} = 10 \cdot 2^{2009}$.

64. Arătaţi că 1998 este o sumă de puteri ale lui 2.

65. Comparaţi numerele: $2^{5^3} - 16^{31}$ şi $(3^5)^{5^2} : 3^{32}$.

66. Aflaţi ultima cifră a numărului $N = 3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \ldots \cdot 3^{2000}$.

67. Să se determine numerele naturale x şi y pentru care $8^x+16^y = 264$.

68. Demonstraţi că nu există nici un număr natural pătrat perfect care să dea restul 6 la împărţirea prin 7.

69. Determinaţi numerele naturale a, b, c, d, e şi n ştiind că: $2^a \cdot 3^{b+4} \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e = n!$.

70. Aflaţi numărul x natural care verifică ecuaţia $1+3+5+7+\ldots+x=4^{2009}$.

71. Găsiţi măcar trei numere naturale a,b,c astfel încât $a^3+b^3+c^3 = 6^{2009}$.

72. Suma dintre dublul unui număr natural şi triplul altui număr natural este 2488. Împărţind primul număr la sfertul celui de-al doilea, obţinem câtul 3 şi restul 2. Aflaţi cele două numere.

73. Un tată împarte 1507 de oi fiilor săi. După ce fiecare obţine partea sa, ei observă că, dacă din numărul de oi ale primului fiu se scade 185, din numărul de oi ale celui de-al doilea se scade 60, din numărul de oi ale celui de-al treilea se scade 195, atunci în turmele fiilor se află acelaşi număr de oi. Să se afle câte oi a primit fiecare fiu ştiind că fiecare a primit cel puţin 50 de oi.

74. Participând la un concurs cu premii, trei elevi s-au clasat pe locuri diferite în primii şase şi toţi au fost premiaţi. Produsul dintre valoarea premiului şi locul obţinut este acelaşi pentru toţi trei, iar suma acestor produse este 10125. Care este valoarea premiului fiecăruia şi ce loc a ocupat fiecare? (Valorile premiilor sunt numere naturale).

75. La o magazie avem mai mult de 100 de cutii identice pline cu piese. După folosirea unei cantităţi determinate de piese din fiecare cutie, în fiecare mai rămân câte 7 piese. Se mai aduc 14 cutii pline. Acum numărul total de piese este cu 3 mai mic decât numărul de piese iniţial. Câte cutii au fost iniţial?

76. Un fermier poate creşte cel mult 150 de iepuri. El are 6 băieţi. Primul băiat are cu 2 copii mai mult decât al doilea, al doilea are cu 4 mai puţin decât al treilea, al patrulea cu unul mai mult decât dublul celui de al doilea, al cincilea cu 2 mai mult decât triplul celui de al doilea iar al şaselea are tot atâţia copii cât al patrulea. Cel puţin unul dintre băieţi are un număr par de copii. În fiecare an fermierul face cadou fiecărui nepot şi soţiei sale câte un iepuraş. Aflaţi câţi iepuraşi are fermierul acum, ştiind că în fiecare an crescătoria sa se măreşte cu 11 iepuraşi iar peste 6 ani nu va mai avea nici un iepuraş.

77. În 14 cutii sunt puse 25 de bile astfel încât în fiecare sunt 1, 2 sau 3 bile. Se ştie că numărul cutiilor cu o bila este mai mare decât 6, iar numărul total de bile din cutiile cu 2 sau 3 bile este mai mare ca 17. Găsiţi numărul cutiilor cu o bila, două bile şi trei bile.

78. La o petrecere de Crăciun au fost 30 de copii, fete şi băieţi. Unul dintre băieţi a adus cadouri pentru 5 fete, altul pentru 6 fete, ş.a.m.d., ultimul băiat a adus cadouri pentru toate fetele. Câte fete şi câţi băieţi erau?

79. Mihai are acum de 6 ori vârsta pe care o avea el când era George de vârsta pe care o are Mihai acum. Ce vârsta au cei doi acum dacă atunci când Mihai va avea vârsta de acum a lui George, suma vârstelor lor va fi 81 ani?

80. Populaţia unei ţari foloseşte monede de 3 valori diferite, fiecare moneda valorând un număr întreg de euro. La terminarea vizitei în această ţară Radu mai avea 4 monede valorând în total 28 de euro iar Răzvan 5 monede valorând în total 21 de euro. Ştiind că fiecare avea cel puţin o moneda de fiecare tip, aflaţi ce valori au monedele.

Clasa a VI-a - algebră

1. Să se determine numărul $\overline{abcd}$ pătrat perfect format din cifre distincte, astfel încât $\overline{cd}$ este pătrat perfect şi $\overline{ab}$ divizibil cu 16.

2. Să se arate că numărul $3^{4010}+3^{2006}+2$ este divizibil cu $3^{2005}+2$.

3. Se consideră mulţimile:

$$A=\left\{t\in N\,\middle|\,\begin{array}{l}t \text{ este masura unui unghi pentru care raportul dintre}\\ \text{suplementul si complementul sau este un numar natural}\end{array}\right\}$$

şi $B=\left\{x\in N\,\middle|\,\frac{2}{181}<\frac{1}{x}<\frac{2}{171}\right\}$.

Să se determine A, B, $A\cap B$.

4. Fie numărul $A=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$.
   a) Arătaţi că A nu poate fi pătrat perfect;
   b) Determinaţi A ştiind că $A\vdots 17$.

5. Dacă $m>n$ şi $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$, comparaţi $\frac{a\cdot m+b\cdot n}{a+b}$ cu $\frac{c\cdot m+d\cdot n}{c+d}$.

6. Să se arate că fracţia $\frac{4^k\cdot 25^{k+2}+2}{4^{k+4}\cdot 25^k+2}$ este reductibilă pentru orice $k\in N$.

7. Determinaţi numerele naturale a, b, c ştiind că numărul $(a^b+b^c+c^a)\cdot(ab+bc+ca)$ este pătratul unui număr prim. Câte soluţii are problema ?

8. Demonstraţi că numărul $a=\frac{1}{5}+\frac{7}{10}+\frac{8}{15}+\frac{9}{20}+\ldots+\frac{5^{2n+1}+5}{5^{2n+1}}$ - $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{5^{2n+1}}$ este pătrat perfect.

9. Rezolvaţi în Q ecuaţia:
$$\frac{3x+1}{2}+\frac{3x+2}{3}+\frac{3x+3}{4}+\ldots+\frac{3x+2010}{2011}=2010.$$

10. Rezolvaţi în Z ecuaţiile:
a) $3xy - 1 = 5y + 2x$;
b) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 24$.

11. Aflaţi numerele naturale consecutive a şi b, astfel încât: $\left(\overline{aa}\right)^2+\left(\overline{ab}\right)^2-\overline{aa}\cdot\overline{ab}=1123$.

12. Arătaţi că dacă $7\le x\le 8$, $1<y<2$, atunci: $\frac{5}{8}<\frac{1}{x}+\frac{1}{y}<\frac{7}{8}$ şi $\frac{3}{28}<\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x}<\frac{7}{8}$.

13. Determinaţi numerele $\overline{ab}$ ştiind că: $\frac{\overline{ab}}{4a+4b}=\frac{\overline{ba}}{7a+7b}$.

14. Comparaţi numerele $a=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{5\cdot 6}+\ldots+\frac{1}{2003\cdot 2004}$ şi $b=\frac{1}{1003}+\frac{1}{1004}+\ldots+\frac{1}{2004}$.

15. Să se determine numerele naturale de forma $\overline{abbc}$, pătrate perfecte divizibile cu 19, unde a, b, c sunt numere consecutive cu $a < c < b$.

16. Arătaţi că numerele: $2^n\cdot 5^{n+1}+7$, $2^{n+1}\cdot 5^n+3$, $n\in N$, sunt prime între ele.

17. Arătaţi că dacă a, b, c sunt numere naturale astfel încât $7a+4b = 3c$, atunci $(a+b)(b+c)(a+c)$ este un număr divizibil cu 42.

18. Fie $n\in N$, $n>3$. Arătaţi că, dacă n şi $7n+2$ sunt simultan prime atunci $6 / 5n+17$.

19. Fie a, b, c $\in$N şi b≥c. Arătaţi că, dacă 5a-8c = 2b atunci 10 / a(b-c).

20. Determinaţi numerele prime a, b, c, ştiind că 3a + 6b + 8c = 75.

21. Fie fracţia $\frac{a}{b}$, a, b $\in N^*$ astfel încât 3a + 2b = 42. Dacă scădem din numărătorul fracţiei 2 şi adunăm la numitor 3, obţinem (după simplificare) $\frac{1}{2}$. Aflaţi a şi b.

22. Aflaţi fracţia $\frac{a}{b}$, a, b$\in N^*$, ştiind că: $\frac{7a+8b}{3b}=\frac{3,5-2,1(6)}{0,2}$.

23. Aflaţi câte numere naturale de forma $\overline{abc}$ care verifică relaţia $\frac{450}{\overline{abc}-(a+b+c)} \in N$ sunt.

24. Fie a un număr prim şi n$\in N^*$. Să se determine a şi n dacă este verificată relaţia: $a^{2n} - 4 = 3\cdot (4 + 4^2 + 4^3 + ...+4^{2010})$.

25. Să se arate că: $10\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 101}+\frac{1}{2\cdot 102}+...+\frac{1}{10\cdot 110}\right)=\frac{1}{1\cdot 11}+\frac{1}{2\cdot 12}+$ $+...+\frac{1}{100\cdot 110}$.

26. Calculaţi: $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^{10}}$. Generalizare.

27. Calculaţi: $A=\left(\frac{1}{2^a}+\frac{1}{2^b}+\frac{1}{2^c}\right)\cdot 2^{a+b+c}$, unde a, b, c $\in$ N şi demonstraţi că A ≥ 3.

28. Se dau numerele a,b,c,d astfel încât b=2·a; c=1,5·b; d=1,(3)·c.
    a) arătaţi că $b^2 = a\cdot d$;
    b) aflaţi a, b, c, d ştiind că $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1920$.

29. Determinaţi numerele naturale a şi b cu a ≠ b, ştiind că: $\overline{b,0a(ba)}+\ +\overline{a,(ab)}+\overline{0,(a)}+\overline{2,(b)}=3+\overline{b,0(b)}+a$.

30. Arătaţi că: $\overline{x,(y)}+\overline{y,(z)}+\overline{z,(x)}=\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}$ unde numerele sunt scrise în baza 10.

31. Să se calculeze valoarea lui x din egalitatea:
$$\frac{1+2+3+...+2010}{2010-2009+2008-2007+4-3+2-1}=\frac{x}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{2009\cdot 2010}}$$

32. Se consideră numărul natural $\boldsymbol{a} = 3^1 + 3^2 + 3^3 +...+ 3^{2007} + 3^{2008}$.
    a) demonstraţi că $\boldsymbol{a}$ este divizibil cu 120;
    b) determinaţi ultimele două cifre ale numărului natural $\boldsymbol{a}$.

33. Să se determine numerele naturale prime a,b,c, ştiind că a+b–c = 6 şi b+c = 78.

34. Stabiliţi câte numere naturale cuprinse între 1000 şi 2010, împărţite la 9, dau restul 8 şi împărţite la 8, dau restul 7.

Clasa a VI-a - geometrie

1. Fie două unghiuri AOB şi COD cu măsurile de 60° şi respectiv de 90°, astfel încât semidreapta (OD să fie interioară unghiului AOB. Să se arate că măsura unghiului DOB este cu 30° mai mică decât măsura unghiului format de (OC cu semidreapta opusă lui (OA.

2. Fie unghiurile adiacente AOB şi BOC. Bisectoarea unghiului AOB formează cu semidreapta (OC un unghi cu măsura de 75°, iar bisectoarea unghiului BOC formează un unghi drept cu semidreapta (OA. Determinaţi măsura unghiului AOC.

3. Se consideră AOB, iar [OM_1, [OM_2, [OM_3, [OM_4 bisectoarele unghiurilor AOB, AOM_1, AOM_2, M_3OB. Dacă măsura unghiului M_1OM_4 este de $3^0 44'$, să se determine măsura unghiului AOB.

4. În acelaşi semiplan mărginit de dreapta OA se consideră semidreptele distincte (OB şi (OC. Dacă (OD şi (OE sunt bisectoarele unghiurilor AOC respectiv BOC, să se arate că m(DOE) este media aritmetică a măsurilor acestor unghiuri.

5. Se consideră punctele A, O, B în această ordine, coliniare şi două semidrepte (OC şi (OD de aceeaşi parte a dreptei AB, ($OC \subset int\angle AOD$. De cealaltă parte a dreptei AB se construiesc semidreptele (OE şi (OF astfel încât $\angle BOE \equiv \angle COD$, $\angle EOF \equiv \angle AOC$ şi $E \in int\angle BOF$.
   a) Demonstraţi că (OD şi (OF sunt semidrepte opuse.
   b) Să se determine măsura unghiului AOF ştiind că punctele C,O,E sunt coliniare şi că măsura $\angle COD$ este cu 4^o mai mare decât dublul măsurii $\angle DOB$.

6. Fie punctele A,O,B coliniare, în această ordine şi de aceeaşi parte a dreptei AB semidreptele (OM, (ON astfel încât MON să fie unghi drept şi ($OM \in Int\angle AON$. Dacă (OD şi (OE sunt bisectoarele unghiurilor AON şi respectiv BOM, demonstraţi că unghiul DOE are măsura constantă.

7. Fie unghiurile $\angle AOB$ şi $\angle BOC$ adiacente având bisectoarele perpendiculare, ($OD \perp$ (OB, iar (OE bisectoarea $\angle BOC$. Aflaţi măsura $\angle EOD$, dacă $7 \cdot m(\angle AOB) = 3 \cdot m(\angle BOC)$.

8. Se consideră în jurul unui punct semidreptele (OA, (OA_1, (OA_2, (OA_3 (OA_{24} astfel încât $m(\angle AOA_1) = 1^o$, $m(\angle A_1OA_2) = 2^o$ … $m(\angle A_{23}OA_{24}) = 24^o$.
   a) Calculaţi măsura unghiului $\angle AOA_{24}$.
   b) Calculaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle A_{15}OA_{16}$ şi a $\angle A_{23}OA_{24}$.

9. Să se afle măsura unui unghi ştiind că raportul dintre complementul şi suplementul său este egal cu cel mai mare număr

raţional exprimat de fracţia $\frac{\overline{2x}}{\overline{abc}}$, unde $\overline{2x}$ este număr prim care îl divide pe $\overline{abc}$, iar x, a, b, c sunt cifre în baza 10.

10. Fie punctele A, B, C astfel încât $B \in (AC)$ şi punctele D şi E aflate în acelaşi semiplan faţă de AC. Dacă $m(\angle DBA) = 2 \cdot m(\angle EBC)$, arătaţi că:
    a) $\angle EBC$ este unghi ascuţit;
    b) $m(\angle EBC) < m(\angle EBA)$;
    c) Dacă $m(\angle EBC = 60^o$, atunci (BE şi (BD coincid.

11. În interiorul unghiului $\angle AOD$ se consideră punctele B şi C astfel încât $B \in int(\angle AOC)$ şi $a \cdot m(\angle BOC) = b \cdot m(\angle AOB)$, $b \cdot m(\angle COD) = c \cdot m(\angle BOC)$, numerele a,b,c sunt prime şi verifică relaţia $a+10b+6c = 62$.
    a) aflaţi numerele a,b,c;
    b) găsiţi măsurile celor 3 unghiuri ştiind că $m(\angle AOD)=50^o$.

12. Punctele D şi E sunt interioare unghiurilor $\angle ABE$, respectiv $\angle DBC$. Aflaţi $m(\angle ABD)$, $m(\angle DBE)$, $m(\angle EBC)$ dacă fiecare dintre măsurile celor trei unghiuri este media aritmetică pentru măsurile celorlalte două şi semidreptele (BA şi (BC sunt opuse.

13. Pe dreapta AB se iau punctele C şi D interioare segmentului AB. Dacă AC = 10 cm, aflaţi BD pentru că (AB) şi (CD) să aibă acelaşi mijloc.

14. Fie punctele coliniare D,E,F şi M mijlocul segmentului DE, iar E mijlocul segmentului DF. Dacă DM = 4 cm, să se determine:
    a) lungimile segmentelor MF şi DF.
    b) distanţa de la M la mijlocul segmentului EN, unde N este mijlocul segmentului EF.

15. Pe o dreaptă ***d*** se iau punctele A, B, C, D, astfel încât AB=a, BD=c, AC=b, BC=a+b, CD=a+b-c. Stabiliţi ordinea punctelor A, B, C, D pe dreapta ***d***.

16. Unghiurile BOC şi BOD sunt respectiv adiacente complementar şi suplementar cu unghiul ascuţit AOB. Considerăm [OE semidreapta opusă lui [OB. Dacă [OM este bisectoarea unghiului BOC şi [ON bisectoarea unghiului AOE, calculaţi:
    a) $m(\angle MON)$;
    b) $m(\angle AOB)$ dacă $m(\angle BOC)=\frac{1}{10}m(\angle BOD)$.

17. Punctele D, E, F aparţin segmentului AB astfel încât AB=24cm, AD=16 cm, BE=14 cm, FB=$\frac{1}{2}$BE.
    a) Realizaţi desenul şi calculaţi lungimile segmentelor DE şi EF.
    b) Arătaţi că $[EF]\equiv[BF]$ şi $AD=2\cdot BD$.

18. Triunghiul ABC are AB<AC. Bisectoarea (AY a unghiului adiacent suplementar lui BAC intersectează prelungirea laturii BC în M. Pe AY se construieşte [AN], congruent cu segmentul [AM]. Bisectoarea unghiului BAC intersectează latura BC în D, iar ND intersectează AC în E. Să se demonstreze că:
    a) ΔDMN este isoscel;
    b) $\Delta AMB\equiv\Delta ANE$.

19. Pe segmentul [PQ] se consideră punctul R, iar punctele E şi F sunt de aceeaşi parte a dreptei PQ. Ştiind că $\Delta REP \equiv \Delta RQF$ şi $m(\angle FRQ) = 37^0 25'$, să se determine $m(\angle ERF)$.

20. Pe segmentul [AD] se iau punctele B şi C astfel încât ele să fie mijloacele segmentelor [AC] respectiv [BD]. Fie punctul E exterior astfel încât $\Delta EAD\equiv\Delta EDA$. Pe laturile ED şi respectiv EA se iau mijloacele F, P. Să se arate că:
    a) $[AF]\equiv[PD]$:
    b) $[PO]\equiv[OF]$, unde $AF\cap PD=\{O\}$;
    c) E, O şi mijlocul segmentului [AD], sunt puncte coliniare.

21. Fie segmentul [AB] astfel încât AB=80mm şi punctele C şi D între A şi B, astfel încât CD=60mm. Determinaţi lungimea segmentului [AC], astfel încât segmentele [AB] şi [CD]să aibă acelaşi mijloc.

22. Fie [AB] un segment şi M mijlocul său. Considerăm pe segmentul [MB] un punct oarecare P şi construim pe [AB] punctul Q astfel încât [PQ]=[PB]. Demonstraţi că AQ=2MP.

23. Fie unghiurile ∠AOB şi ∠BOC adiacente astfel încât $m(\angle BOC)=\frac{3}{4}\cdot m(\angle AOB)$, (OM este bisectoarea ∠AOB şi semi-dreapta (ON astfel încât m(∠MON)=90°. Aflaţi m(∠AOB) şi m(∠BOC) ştiind că:
    a) m(∠CON)=20°;
    b) m(∠CON)=130°;

24. Fie unghiurile ∠MON şi ∠NOP adiacente. Bisectoarea unghiului ∠MON, formează cu semidreapata [OP un unghi cu măsura de 75°, iar bisectoarea unghiului ∠NOP formează un unghi drept cu semidreapata [OM. Determinaţi măsura unghiului ∠MON.

25. În jurul punctului O se consideră ∠AOB, ∠BOC, ∠COD şi ∠DOA, m(∠AOB)=138° iar m(∠COD)=122°. Ştiind că [OE este bisectoarea unghiului ∠AOD, [OF este bisectoarea unghiului ∠BOC, aflaţi:
    a) m(∠EOF);
    b) măsurile unghiurilor ∠AOD şi ∠BOC dacă semidreapata opusă semidreptei [OE este bisectoarea unghiului ∠BOF.

26. Unghiul ∠AOB are măsura de 25°. De aceeaşi parte a dreptei OA se construiesc dreptele OC şi OD perpendiculare pe OA, respectiv pe OB. Precizaţi:
    a) m(∠COD);
    b) măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ∠AOB şi ∠COD.

27. În jurul unui punct O se construiesc: ∠AOB cu bisectoarea (OX; ∠BOC cu bisectoarea (OY; ∠COD cu bisectoarea (OZ; ∠DOE cu bisectoarea (OT. Dacă m(∠XOY)=75° şi m(∠ZOT)=60°, calculaţi: m(∠ AOE); m(∠AOC); m(∠COE);

28. Fie $\angle AOB$ şi $\angle BOC$ două unghiuri neadiacente cu diferenţa măsurilor de 48^o. Ştiind că $CO \perp OB$ atunci calculaţi măsura $\angle AOB$ şi măsura unghiului dintre bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$ şi $\angle AOC$.

29. Fie unghiul alungit $\angle AOB$ şi [OC, respectiv [OD, semidrepte situate de aceeaşi parte a dreptei AB, semidreptele [OA, [OC, [OD şi [OB fiind în această ordine.
    a) să se demonstreze că cel puţin unul dintre unghiurile $\angle AOC$, $\angle COD$ şi $\angle DOB$ are măsura mai mică sau egală cu 60^o
    b) dacă [OC este bisectoarea unghiului $\angle AOD$ şi [OE este bisectoarea unghiului $\angle DOB$, se cere măsura unghiului $\angle COE$.

30. Fie unghiul alungit $\angle AOC$, semidreptele [OB şi [OD situate în acelaşi semiplan faţă de dreapta AC astfel încât $m(\angle AOD) = 127°$ şi $m(\angle BOC) = 147°$. Dacă [OE şi [OD sunt semidrepte opuse, iar [OF este bisectoarea unghiului $\angle EOC$, calculaţi $m(\angle EOF)$ şi $m(\angle BOG)$, unde [OG şi [OF sunt opuse.

31. Ştiind că dreptele AB şi CD sunt concurente în punctul O, (OM este bisectoarea $\angle BOD$, iar $2 \cdot m(AOC) = 3 \cdot m(BOC)$, calculaţi:
    a) $m(\angle COM)$;
    b) măsura suplementului complementului $\angle BOC$.

32. În jurul punctului O se formează unghiurile $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOA$. Notăm cu (OX, (OY, (OZ, (OT, bisectoarele unghiurilor (în ordinea dată a unghiurilor). Ştiind că $m(\angle ZOB)$ este cu $23°$ mai mare decât $m(\angle XOC)$ şi $m(\angle XOY)$ este cu $21°$ mai mic decât $m(\angle XOT)$, aflaţi $m(\angle XOZ)$.

33. Fie unghiurile $\angle AOB$ şi $\angle BOC$ adiacente suplementare, astfel încât $m(\angle BOC) = 5 \cdot m(\angle AOB)$. Considerăm (OM bisectoarea unghiului $\angle AOB$ şi semidreapta (ON este bisectoarea unghiului $\angle BOC$, iar $OP \perp OB$, [OP şi [OB de aceeaşi parte a dreptei AC. Dacă [ON şi [OR sunt semidrepte opuse atunci:
    a) aflaţi măsurile unghiurilor $\angle AOB$, $\angle COP$, $\angle COB$ şi $\angle POR$;
    b) stabiliţi dacă $OM \perp ON$.

34. Se consideră punctele C şi D în interiorul unghiului $\angle AOB$ astfel încât $m(\angle AOC)=12°$ şi $m(\angle BOC) =18°$. Determinaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$ şi $\angle COD$.

Clasa a VII-a - algebră

1. Să se calculeze:
   a) $[(-25)^{12}\cdot(-125)^4:(5^2)^5]:(-5^2)^{13}$
   b) $|2^{21} - 3^{14}| - 3^5\cdot 27^3 + 8^7$
   c) $|2^{36} - 3^{24}|+|10^{12} - 3^{24}| - 100^6 + 8^{12}$.

2. Să se arate că numărul $3^1 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{18}$ este divizibil cu 13.

3. Arătaţi că $7^{n+1} + 8\cdot 7^{n+2}$ este divizibil cu 399 pentru $(\forall)n\in\mathbf{N}$.

4. Determinaţi $x\in\mathbf{Z}$ pentru care $\frac{3x+2}{2x+1}\in Z$.

5. Arătaţi că $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}$ se divide cu 11.

6. Să se rezolve în **Z** ecuaţia: $(x+1)+(x+2)+...+(x+1999)=1999^2+1999$

7. Fie: $\begin{cases} A=\left\{x \,\middle|\, x=2^n, n\in N, n\le 3\right\} \\ B=\left\{y \,\middle|\, y=x^2, x\in A\right\} \\ C=\left\{z \,\middle|\, z=y^3, y\in B\right\}\end{cases}$.
   a) Determinaţi mulţimile A, B şi C.
   b) Calculaţi $A\cup B, B\cap C, C\setminus A$.

8. Determinaţi mulţimile A şi B ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile: $\begin{cases} A\cap B=\{1,3,9\} \\ A\setminus B=\{2,4,11\} \\ B\setminus A=\{5,7,8\}\end{cases}$.

9. Fie $A=\left\{x\in N \,\middle|\, |2x-3|\le 4\right\}$. Aflaţi mulţimea A.

10. Fie x, y, z numere reale. Să se arate că:
    a) $x^2 + y^2 + z^2 \ge xy + xz + yz$

b) Dacă x + y + z = 1 atunci $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$.

11. Se consideră: $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + ... \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$ cu $n \in \mathbf{N}^*$. Să se determine valoarea lui n pentru ca suma S să aibă valoarea 10.

12. Fie $a, b, c \in R$, $m \neq 0$. Dacă $a + 2b + 3c = 7m$ atunci: $(a - m)^2 + (b - 2m)^2 + (c - 3m)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

13. Determinaţi numerele raţionale nenule **x** pentru care $x + \frac{1}{x}$ este întreg. Verificaţi că în acest caz $x^n + \frac{1}{x^n}$ este întreg oricare ar fi **n** natural.

14. Populaţia unui stup a scăzut în urma unei epidemii cu 20%. Cu ce procent trebuie să crească în acest an, pentru a ajunge la efectivele anului trecut ?

15. Sfertul opusului pătratului inversului unui număr este $-\frac{1}{4}$. Care este acest număr ?

16. Paul cântăreşte o dată şi jumătate cât Andrei, care cântăreşte de două ori cât Iulia. Ei cântăresc împreună 60 kg. Cât cântăreşte Iulia?

17. La primele patru lucrări de control, Alina a obţinut o medie de 12,5 puncte. Câte puncte trebuie să ia la următoarea lucrare pentru a obţine o medie de 13 puncte.

18. Să se calculeze:

a) $\sqrt{8} \cdot |-2| \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{4\sqrt{2}}$.

b) $2^{-2} : 2\sqrt{2} \cdot 2 : \left(2\sqrt{2}\right)^{-2}$.

19. Stabiliţi dacă: $1+x\sqrt{2}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{x^2}\geq 0$ când $x\in\left\{-3,-\frac{1}{2}\right\}$.

20. Să se calculeze: $S=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ pentru n∈**N**, n > 1.

21. Să se arate că dacă **a**, **b**, **c** sunt numere reale şi **a**+2**b**+4**c**=0 atunci $\mathbf{b}^2\geq 4\mathbf{a}(\mathbf{b}+\mathbf{c})$.

22. Să se arate că:
$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{1935+\sqrt{1936}}\in N$.

23. Aflaţi numerele **x** şi **y** ştiind că $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ şi $x\cdot y=24$.

24. Dacă $\frac{3x-2y}{2x-y}=\frac{2}{3}$, să se afle $\frac{x}{y}$.

25. Să se rezolve în **Z** inecuaţia $\sqrt{\frac{(2x-3)^2}{1+3+5+\ldots+25}}\leq\frac{5}{13}$.

26. Să se rezolve ecuaţia: $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2007}-1\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{2007}-1\right)+$
$+\frac{1}{4}\left(\frac{3x}{2007}-1\right)+\ldots+\frac{1}{2007}\left(\frac{2006x}{2007}-1\right)=x+1$.

27. Se dă mulţimea: $A=\left\{\,x\in Z\,\middle|\,\frac{2005x+2017}{401x+2}\in Z\right\}$. Aflaţi elementele mulţimii.

28. Câte numere de 6 cifre de forma $\overline{abcabc}$ există ?

Clasa a VII-a - geometrie

1. În dreptunghiul ABCD, AB = 2·BC, iar M şi N sunt mijloacele laturilor [AB] şi respectiv [CD]. Dacă $AN \cap DM=\{P\}$, $AC \cap BN=\{E\}$, $MC \cap BN=\{Q\}$ şi $AC \cap DM=\{F\}$, arătaţi că:
   a) $AN \perp BN$;
   b) patrulaterul MQNP este pătrat;
   c) patrulaterul ANCM este paralelogram;
   d) patrulaterul DPQC este trapez isoscel;
   e) patrulaterul NFME este paralelogram.

2. ABCD este pătrat. $E \in$ int ABCD iar $F \in$ ext ABCD încât ΔEBA şi ΔFBC sunt echilaterale. Aflaţi măsura unghiului FED.

3. Se consideră trapezul isoscel ABCD cu AB||CD, $m(\hat{A}) = 60^o$, [AD]≡[DC]≡[BC]. Arătaţi că:
   a) $AC \perp BC$;
   b) dacă M este mijlocul laturii AB, atunci $DM \perp AC$ şi ADCM este romb.

4. Se consideră ΔABC echilateral şi $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in AC$ astfel încât BC = 3·BN, AC = 3·AP, AB = 3·BM.
   a) Ce fel de patrulater este AMNP ?
   b) Calculaţi suma $\frac{BM}{AB}+\frac{CP}{AC}$.

5. Se consideră AMBD dreptunghi cu MB = 3·AM, $E \in (AM)$ şi $EM = \frac{AM}{3}$, C∈[MB încât MC = 2·MB iar EMCR dreptunghi. Ştiind că AM = 30cm şi $AB \cap DE = \{F\}$.
   a) Arătaţi că ABCD este paralelogram.
   b) Calculaţi aria paralelogramului ABCD.
   c) Aflaţi măsura unghiului AFD.

6. Fie ABCD un trapez isoscel, AB||CD, CD = $8\sqrt{2}$ cm, AB reprezintă 25% din CD, iar BC şi AD reprezintă 75% din CD. Fie $M \in BC$, $N \in AD$, $BM = \frac{1}{3} \cdot BC$ şi $AN = \frac{1}{3} \cdot AD$; fie P mijlocul lui MN şi $\{Q\} = AP \cap DC$. Calculaţi:
   a) MN;
   b) P_{ABCQ};
   c) ce procent din aria trapezului ABCD reprezintă aria triunghiului ABP ?

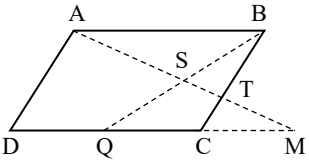
7. Se consideră ΔABC cu $m(\hat{A}) = 90^o$, G este intersecţia înălţimii AD cu bisectoarea CE, $D \in (BC)$ şi $E \in (AB)$. Dacă $EF \perp BC$, $F \in (BC)$, arătaţi că:
   a) ΔAEF isoscel;
   b) ΔAEG isoscel;
   c) AEFG romb.

8. Fie ΔABC, cu AB = AC şi $m(\hat{B}) = 60^o$. Dacă înălţimea AP se prelungeşte cu [PD] ≡ [AP], arătaţi că ABDC este romb şi demonstraţi că QPDC este trapez ($BQ \perp AC$, $Q \in AC$).

9. ΔABC este isoscel, AB=AC, Q este un punct în interiorul triunghiului ABC astfel încât ΔBQC este echilateral. Dacă $BC = 2\sqrt{3}$ cm şi AQ = 4 cm, atunci:
   a) Calculaţi perimetrul triunghiului BQC;
   b) Calculaţi măsura unghiului AQB;
   c) Calculaţi aria triunghiului AQB.

10. Patrulaterul ABCD este romb. CE este bisectoarea unghiului ACB, $E \in AB$. Dacă $m(B\hat{E}C) = 51^o$ şi AB = 8 cm, aflaţi: perimetrul rombului ABCD, $m(A\hat{B}C)$.

11. În figura alăturată, ABCD este paralelogram, Q este mijlocul lui [CD] şi $A\hat{B}C \equiv B\hat{A}Q$; fie S mijlocul lui [BQ], $AS \cap BC = \{T\}$ şi $AS \cap DC = \{M\}$.



a) Demonstraţi că QC = CM;
b) Demonstraţi că ABMD este trapez isoscel;
c) Demonstraţi că triunghiurile TSB şi TCM au arii egale.

12. Un trapez dreptunghic ortodiagonal are lungimea liniei mijlocii de 8cm, iar lungimea segmentului determinat de mijloacele diagonalelor de 3cm. Aflaţi aria trapezului.

13. Fie ΔABC, (AD bisectoarea unghiului BAC, $D \in BC$. Paralela prin D la AB intersectează AC în P iar paralela prin D la AC intersectează AB în Q.
    a) Stabiliţi natura patrulaterului APDQ.
    b) Demonstraţi egalitatea $\frac{1}{AC}+\frac{1}{AB}=\frac{1}{AQ}$.

14. Fie ΔABC, $N \in AB$, $M \in AC$. Se cunosc: AB = 8cm, AC = 12cm, AN = 3cm, MC = 10cm.
    a) Demonstraţi că $\Delta ABC \sim \Delta AMN$.
    b) Determinaţi valoarea raportului $\frac{A_{ABC}}{A_{AMN}}$.

15. ABCD este un paralelogram, $M \in DC$ astfel încât (AM este bisectoarea $\angle DAB$ şi (BM este bisectoarea $\angle ABC$.
    a) Calculaţi $m(A\hat{M}B)$.
    b) Demonstraţi că $AB = 2 \cdot AD$.
    c) Dacă AB = 16 cm şi $m(B\hat{A}D) = 60^o$, aflaţi P_{AMC}.

16. Fie ΔABC şi punctele $M,P\in(AB)$, $N,Q\in(AC)$ astfel încât $MN\|PQ\|BC$. Ştiind că $AM=3cm$, $PB=2cm$, $AQ=15cm$ şi $AC=19cm$, aflaţi MP, NQ şi QC.

17. Triunghiurile ABC şi ADC au latura comună AC. Se consideră $P\in(BC)$, $M\in(AC)$, $Q\in(DC)$ încât $PM\|AB$ şi $MQ\|AD$. Arătaţi că:
    a) $\frac{PC}{PB}=\frac{CQ}{QD}$;
    b) $\frac{BP}{BC}\cdot\frac{CD}{QD}=1$;
    c) $\frac{BP}{BC}+\frac{CQ}{CD}=1$.

18. Fie ΔABC şi punctele $M\in(AB)$, $N\in(BC)$, şi $P\in(AC)$ încât $\frac{AM}{MB}=0,5$; $\frac{BN}{BC}=0,(6)$; $PA = 2\cdot PC$. Arătaţi că $AMNP$ este paralelogram.

19. Patrulaterul $ABCD$ este romb şi punctele $E\in(AB)$, $F\in(BC)$, $G\in(DC)$, $H\in(AD)$ îndeplinesc condiţiile $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{4}$, $BF = 2\cdot FC$, $GC=\frac{1}{3}CD$, $\frac{AH}{HD}=3$. Arătaţi că $EFGH$ este trapez isoscel.

20. Se consideră ΔABC cu $m(\hat{B})=90^o$, $D\in(AB)$, $DA = DB$. Din D se duce $DF\perp AC$, $F\in(AC)$. Să se calculeze distanţa de la A la F ştiind că $m(\hat{C})=30^o$ şi $AC = 12cm$.

21. Trapezul $ABCD$ are baza mare (AB). Ştiind că AC este bisectoarea unghiului BAD şi $AC^2 = AB\cdot AC$, arătaţi că $\angle ABC = \angle DCA = \angle CAD$.

22. Fie $B\in(AD)$, $CA\perp AD$, $ED\perp AD$ şi $BC\perp BE$. Dacă $AC = 9$ cm, $AB = 12$ cm şi $ED = 8$ cm, aflaţi lungimea lui BD.

23. Se consideră $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ şi A_{ABC} reprezintă 9% din $A_{A'B'C'}$. Determinaţi valoarea raportului $\frac{A'B'}{AB}$.

24. ABCD este paralelogram. $E \in (DB)$, $AE = 6cm$, $AE \cap DC = \{F\}$, $AE \cap BC = \{K\}$, $FK = 5cm$. Aflaţi lungimea segmentului [EF].

25. În trapezul ABCD se ştie că AB || CD, bisectoarele unghiurilor $\hat{A}$ şi $\hat{D}$ se intersectează în M şi bisectoarele unghiurilor $\hat{B}$ şi $\hat{C}$ se intersectează în P. Fie K şi L mijloacele laturilor AD şi BC. Să se arate că:
    a) $KM = \frac{AD}{2}$;
    b) PL || DC;
    c) K-M-P-L.

26. În paralelogramul ABCD, $M \in (BD)$, $AM \perp BD$, $N \in BD$, $CN \perp BD$.
    a) Ştiind că BD=8cm şi AM=6cm, calculaţi aria paralelogramului ABCD.
    b) Arătaţi că AMCN este paralelogram.
    c) Fie $DP \perp AC$, $P \in AC$. Arătaţi că, dacă $[AM] \equiv [DP]$, atunci ABCD este dreptunghi.

27. ABCD este pătrat. $M \in (AB)$, AM=MB, $N \in (AD)$, AN=ND, BC=8cm.
    a) Calculaţi A_{AMN}.
    b) Arătaţi că $A_{MNC} = 24cm^2$.
    c) Ştiind că $NC = 4\sqrt{5}$ cm, calculaţi distanţa de la punctual M la dreapta CN.

28. ABCD este trapez isoscel (DC||AB, DC<AB). Suma lungimilor bazelor este $18\sqrt{3}$ cm, diferenţa lungimilor bazelor este $10\sqrt{3}$ cm şi înălţimea trapezului este $5\sqrt{3}$ cm.
    a) Calculaţi A_{ABCD} şi $m(B\hat{A}D)$.
    b) Fie DE||BC, $E \in AB$ şi $F \in DE$ încât $[BE] \equiv [BF]$. Arătaţi că ΔACF este isoscel.

29. ABCD este trapez isoscel (AB||CD) cu $m(\hat{B}) = 60^o$, AC⊥BC şi AB = 12cm.
    a) Determinaţi lungimea laturii BC.
    b) Găsiţi perimetrul trapezului ABCD.
    c) Dacă înălţimea trapezului este egală cu $3\sqrt{3}$ cm, determinaţi valoarea ariei trapezului.
    d) Fie {M} = AD∩BC. Găsiţi lungimile liniilor mijlocii în ΔMAB.

Clasa a VIII-a - algebră

1. Determinaţi $x \in IR$: $\frac{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34+24\sqrt{2}}}{x}$.

2. Determinaţi elementele mulţimii:
$$A = \left\{ x \in Z \middle| \frac{\sqrt{11+4\sqrt{7}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{12-2\sqrt{35}}}{x+3} \in Z \right\}.$$

3. Determinaţi $x \in R$ din: $\frac{\sqrt{14-6\sqrt{5}}}{x} = \frac{\sqrt{28+16\sqrt{3}}}{4\sqrt{5}}$.

4. Fie mulţimile: $\begin{cases} A = \{x \in Z \mid |x+1| - 2 = 1\} \\ B = \left\{ x \in Z \middle| \frac{3x+4}{x+3} \in Z \right\} \end{cases}$. Calculaţi A∩B; A–B şi B–A.

5. Aflaţi $x \in R$ ştiind că: $[2x] + \{x+3\} = 8{,}2$, [a] – partea întreagă a numărului "a", {a} – partea fracţionară a număr. "a".

6. Determinaţi $x \in R$ astfel încât: $[x] + \left[x + \frac{1}{2} \right] = 1$.

7. Determinaţi $x \in R$ astfel încât: $[2x] + \left[2x + \frac{1}{2} \right] = 2$.

8. Fie $A = \{ x \in R \mid |2x - 3| < 2 \}$; $B = \{ y \in R \mid |3y - 2| < 3 \}$. Aflaţi $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$.

9. Fie $A = \sqrt{(2x + y - 10)^2} + \sqrt{(2x + y + 15)^2}$, $x, y \in R$. Arătaţi că A este pătrat perfect ştiind că $x \in [-2, 3]$ şi $y \in [-3, 4]$.

10. Calculaţi aria triunghiului cu laturile de lungimi a, b, c ştiind că: $a^2 + b^2 + c^2 = 2\left(\sqrt{7}a + \sqrt{5}b + 2\sqrt{3}c - 12\right)$

11. Rezolvaţi ecuaţia: $|2x - 3| = a$, unde: $a = |x + y - 9| + \sqrt{(x + y + 8)^2}$, $x \in [-3, 2]$, $y \in [-5, 7]$.

12. a) Demonstraţi că $\forall x \in R - \{0, -1, -2, -3\}$ avem:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{2 \cdot (x^2 + 3x + 3)}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$

b) Calculaţi: $E = \frac{14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{26}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{42}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \\ + \ldots + \frac{20606}{100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103}$.

13. Demonstraţi că $\sqrt{7n + 3} \in R - Q, \forall n \in N$.

14. Determinaţi elementele mulţimii A unde:

$$A = \left\{ x \,\middle|\, x = a + b + c \text{ si } \sqrt{\overline{0,ab(c)} + \overline{0,ca(b)} + \overline{0,bc(a)}} \in Q \right\}.$$

15. Determinaţi numerele naturale ***n*** pentru care:
$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}}\in N.$$

16. Rezolvaţi ecuaţia:
$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=2010.$$

17. Stabiliţi intervalele din care fac parte numerele reale x, y, z dacă:
$x^2+4y^2+z^2-6x-4y-4z+10=0$.

18. Fie $x,y\in R$ astfel încât $x^2+y^2-2x\sqrt{5}-2y\sqrt{3}+8=0$. Arătaţi că
$$(x-y)\cdot\left(\frac{5}{x}+\frac{3}{y}\right)=2.$$

19. Aflaţi $a\in Z$ dacă $\frac{4a-5}{3}\in\left(\frac{a-1}{2};\frac{a+4}{5}\right)$.

20. Fie expresia:
$$E(x)=\left[\frac{8}{x^2-9}-\frac{x+2}{x-3}+\left(\frac{4x+7}{x+2}-3\right)\cdot\frac{x^2-4}{x^2+4x+3}\right]\cdot\frac{x^2-5x+6}{4-5x}.$$
a) Stabiliţi domeniul maxim de definiţie (D).
b) Rezolvaţi ecuaţia $E(x)\cdot\frac{2x+6}{x}=\frac{8}{3}$.
c) Arătaţi că $E(x)\cdot(x^2+x-6)+1>0$, $\forall x\in D$..
d) Determinaţi $x\in Z$ astfel încât $E(x)\in Z$.

21. Fie expresia:
$$E(x)=\left(\frac{x^2+2x-8}{x^2-4x+4}\cdot\frac{x^2-4}{x^2+9x+20}-\frac{x+3}{x-5}-\frac{2(x-1)}{25-x^2}\right):\frac{x+3}{x-5}.$$
a) Stabiliţi domeniul maxim de definiţie al expresiei.
b) Rezolvaţi ecuaţia $E(x)=\frac{-x^2+6x-9}{x+5}$.
c) Alfaţi $x\in Z$ astfel încât $E(x)\in Z$.

d) Aflaţi $x \in R$ astfel încât $-3 \leq E(x) \leq 1$.

Clasa a VIII-a - geometrie

1. Să se demonstreze că trei drepte necoplanare care au două câte două un punct în comun sunt concurente.

2. Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare şi M, N, P, Q, R, S mijloacele segmentelor AB, BC, CD, DA, AC respectiv BD. Să se arate că:
   d) MNPQ, MRPS şi NRQS sunt paralelograme.
   e) Dreptele MP, NQ, RS sunt concurente.

3. Fie ABCD un tetraedru oarecare. Notăm cu E şi F proiecţiile punctului A pe bisectoarele unghiurilor ABC şi respectiv ABD. Să se arate că dreapta EF este paralelă cu planul BDC.

4. Pe trei semidrepte în spaţiu cu originea în O se iau punctele A, B, C, iar pe segmentele AB şi AC punctele M şi respectiv N astfel ca segmentul MN să fie paralel cu BC. Un plan care include MN şi este paralel cu OA taie segmentele OB în P şi OC în Q. Să se arate că patrulaterul MNPQ este paralelogram.

5. Rombul ABCD şi triunghiul echilateral ADE sunt situate în plane diferite. Fie M şi N mijloacele laturilor AE respectiv DE şi O centrul rombului.
   a) Demonstraţi că (MNO)||(BEC).
   b) Calculaţi raportul ariilor triunghiurilor MNO şi BEC.

6. Considerăm O,A,B,C patru puncte necoplanare şi fie A',B',C' centrele de greutate ale triunghiurilor OBC, OCA respectiv OAB
   a) Să se arate că planele ABC şi A'B'C' sunt paralele.
   b) Să se afle raportul dintre aria triunghiului ABC şi aria triunghiului A'B'C'.

7. Fie ABCDA'B'C'D' un cub iar M,N,P şi Q mijloacele laturilor AA', A'D' şi respectiv AB. Notăm cu $\{P\}= MN \cap (ABC)$, $\{S\}=PQ \cap DC$ şi $\{T\}=MN \cap DD'$.
   c) Demonstraţi că MN|| (BB'C) şi MQ||TS.
   d) Determinaţi poziţia punctului P faţă de punctele A şi D.
   e) Aflaţi aria triunghiului DSP în funcţie de AB.
   f) Aflaţi perimetrul triunghiului PTS în funcţie de AB.

8. Se consideră trapezul ABCD (AB||CD) şi paralelogramul CDEF situate în plane diferite.
   a) Arătaţi că dreptele AE şi BF sunt concurente.
   b) Fie $\{G\}= AE \cap BF$. Calculaţi aria triunghiului GEF ştiind că AB = 15cm, CD = 5cm, AE = 16cm şi BF = 10cm.

9. Fie O,A,B,C patru puncte în spaţiu astfel ca $OA \perp OB \perp OC \perp OA$. Să se demonstreze că suma distanţelor lui O la dreptele AB, BC, CA este mai mică sau egală cu semiperimetrul triunghiului ABC.

10. Pe planul pătratului ABCD se ridică perpendiculara AM, AM=10cm. Ştiind că triunghiul MBD este echilateral, aflaţi:
   c) Lungimea laturii AB.
   d) Distanţa de la punctul M la dreapta BD.
   e) Lungimea segmentului MC.

11. Fie ABCD un pătrat şi $MA \perp (ABC)$, MA=a. Dacă triunghiul MBD este echilateral, se cere:
   a) Determinaţi lungimea laturii pătratului ABCD.
   b) Aflaţi cosinusul unghiului format de planele MBD şi ABC.
   c) Arătaţi că $NO \perp (ABC)$, unde N este mijlocul segmentului MC, iar O este centrul pătratului ABCD.

12. Pătratele ABCD şi DCEF cu AB=10cm sunt situate în plane perpendiculare. Fie M, N, P mijloacele laturilor EF, AD respectiv AB.
   a) Arătaţi că $MN \perp NP$.
   b) Aflaţi măsura unghiului dintre dreapta MP şi planul ABC.
   c) Calculaţi tangenta unghiului dintre planele MNP şi ABC.

13. Se consideră punctele necoplanare A,B,C şi D. Arătaţi că, dacă $\frac{CA}{CB}+\frac{CB}{CA}+\frac{DA}{DB}+\frac{DB}{DA}=4$, atunci $AB \perp CD$.

14. Fie segmentul AB, M mijlocul său şi α planul ce conţine punctul M şi este perpendicular pe AB. Arătaţi că:
    a) Orice punct al planului α este egal depărtat de punctele A şi B
    b) Orice punct egal depărtat de punctele A şi B aparţine planului α.

15. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC de ipotenuză BC şi punctul $D \notin (ABC)$ astfel încât $DB \perp BA$ şi $DC \perp CA$. Fie $DE \perp (ABC)$, $E \in (ABC)$, M mijlocul segmentului AD, iar N mijlocul segmentului BC. Arătaţi că:
    a) Patrulaterul ABEC este dreptunghi.
    b) $MN \perp (ABC)$.

16. În vârful C al triunghiul ABC cu $m(\angle B) = m(\angle C) = 75^0$ şi AB=12cm se ridică perpendiculara pe planul triunghiului pe care se ia un punct M.
    a) Calculaţi lungimea segmentului CM ştiind că distanţa de la M la AB este 10cm.
    b) Aflaţi măsura unghiului format de planele MAC şi MBC.
    c) Determinaţi distanţa de la C la (MAB).

17. Fie ABCD A'B'C'D' un paralelipiped dreptunghic în care ariile triunghiurilor ABD', BCA', ACC' sunt egale cu $8\sqrt{2}\ cm^2$.
    a) Arătaţi că ABCD A'B'C'D' este cub de latură 4cm.
    b) Calculaţi măsura unghiului format de planele AA'C şi BB'C'.

18. Fie triunghiul ABC echilateral cu latura de $6\sqrt{2}$ cm şi un plan α care include dreapta BC. Notăm cu A' proiecţia punctului A pe planul α. Fie AA'= 6cm.
    c) Demonstraţi că triunghiul A'BC este isoscel.
    d) Aflaţi sinusul unghiului dintre planele (ABC) şi α.
    e) Aflaţi distanţa de la punctul A' la planul (ABC).
    f) Demonstraţi că $CA' \perp (ABA')$.

19. Printr-un vîrf al unui romb se duce un plan paralel cu una dintre diagonalele rombului. Arătaţi că proiecţia rombului pe plan este tot un romb.

20. Se consideră triunghiul ascuţitunghic isoscel ABC şi planul α astfel încât $A \notin \alpha$, iar $B, C \in \alpha$. Fie D proiecţia punctului A pe planul α şi E proiecţia punctului A pe dreapta BC. Calculaţi tangenta unghiului format de dreapta AE cu planul α ştiind că DB=6cm, DC=8cm, iar triunghiul DBC este dreptunghic.

21. Pătratul ABCD şi trapezul isoscel CDEF (EF||CD) sunt situate în plane diferite astfel încât proiecţiile E' şi F' ale punctelor E, respectiv F pe planul ABC sunt în interiorul pătratului ABCD. Ştiind că: AB=9cm, DE=$4\sqrt{3}$ cm, măsura unghiului EDC este 60^0 şi 2·aria(DCF'E')=aria(ABF'E'), calculaţi măsura unghiului diedru format de planele (ABCD) şi (CDEF).

22. Punctele A, B, C, D sunt necoplanare, iar $O \in (BCD)$ astfel încât $AO \perp (BCD)$ şi O este la egală distanţă de dreptele AB, AC, AD. Să se arate că planul determinat de proiecţiile punctului O pe AB, AC, respectiv AD este paralel cu planul BCD.

23. Fie V,A,B,C patru puncte necoplanare astfel ca $VB \perp AC$ şi $VA \perp BC$.
    a) Arătaţi că proiecţia lui V pe planul ABC este ortocentrul triunghiului ABC.
    b) Arătaţi că $CV \perp AB$.

24. Arătaţi că distanţa de la centrul de greutate a unui triunghi la un plan oarecare este media artitmetică a distanţelor de la vârfurile triunghiului la acel plan.

25. Se consideră triunghiul ABC şi fie M, N mijloacele laturilor AB, respectiv AC. Se îndoaie suprafaţa triunghiulară ABC de-a lungul segmentului MN, astfel încât $(AMN) \perp (BCM)$.
    a) Determinaţi măsura unghiului dintre (ABC) şi (BCM) după îndoire.
    b) Arătaţi că raportul dintre aria iniţială a triunghiului ABC şi aria acestuia după îndoire este $\sqrt{2}$.

Indicaţii şi răspunsuri

Clasele a III-a şi a IV-a

1. 100
2. 0
3. 10
4. a) x = 10
   b) 110
5. a) 2010
   b) x = 56
6. a) x = 5
   b) A=20, C=10
7. x=1, y=2, z=1
8. (2,9); (3,6); (1,18)
9. 10
10. 100
11. x=5
12. x=8
13. 10100; 1688
14. 5000
15. 9
16. 10 min.
17. 32
18. 18
19. 130
20. 626
21. 1+2+3+...+10 = 54 $\Rightarrow$ cel puţin două numere trebuie să fie egale
22. r = 12
23. $b+c+2\cdot a+d = 23$; $8\cdot a+3\cdot c+4\cdot b+3\cdot d = 79$
24. 0 sau 4
25. î=19, c=2
26. 119, 133
27. (559 şi 562), (604 şi 607), (1054 şi 1057)
28. 35
29. 635, 211
30. 18, 13

31. 48, 16
32. 13, 3
33. 6 soluţii; 8; 16; 24; 32; 40; 48
34. 128; 137; 146; 236; 245
35. (2 şi 15); (13 şi 4)
36. 692
37. x=1, z=9, y={2,3,4,5,6,7,8}
38. 11; 12; 13
39. *S = a+b.*
D= a – b, a ≥ b
S = (D:2)· 4+r, r < (D:2).
Cum (D:2)· 4≤ S ⇒ (D:2)≤ S:4 ⇒ D:2≤ 16
$$\left.\begin{array}{l}\text{Deci } r<16, \text{ adica } r\in\{0,1,2,\ldots,15\}\\ \text{Cum } S=(D:2)\cdot 4+r \Rightarrow 64=(D:2)\cdot 4+r\end{array}\right\}\Rightarrow r\in\{0,4,8,12\}$$
a) Dacă r=0 ⇒ 64=(D:2)· 4 ⇒ D:2 = 16 ⇒ D = 32.
$$\left.\begin{array}{l}S=64\\ D=32\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}a=48\\ b=16\end{cases}.$$
b) Dacă r=4 ⇒ 64=(D:2)· 4 +4⇒ D:2 = (64-4):4 ⇒ D:2 =15
$$\left.\begin{array}{l}S=64\\ D=30\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}a=47\\ b=17\end{cases}$$
c) Dacă r=8 ⇒ 64=(D:2)· 4 +8⇒ D:2 = (64-8):4 ⇒ D:2 =14
$$\left.\begin{array}{l}S=64\\ D=28\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}a=46\\ b=18\end{cases}$$
d) Dacă r=12 ⇒64=(D:2)· 4 +12⇒D:2 = (64-12):4 ⇒D:2 =13
$$\left.\begin{array}{l}S=64\\ D=26\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}a=45\\ b=19\end{cases}$$
R: (48,16); (47,17); (46,18); (45,19)
40. (î=18, c=2); (î=12, c=3); (î=9, c=4)
41. (20; 22; 24)
42. 1073; 1370; 3071; 3170
43. $\overline{a5b}$ ÷ 158, 950, 752, 554, 356
44. 12; 24; 36; 48
45. *a* = 2; *b* = 3; *c* = 4; *d* = 1
46. deîmpărţit = 260; împărţitor = 32; cât = 8; rest = 4
47. I = 30; II = 10

48. 34; 25 (mere)
49. 21; 24; 16 (fundiţe)
50. 9; 36; 18
51. a=30, b=5, c=10
52. 35 zidari, 24 dulgheri
53. 1 kg mere=5000 lei, 1 kg caise=10000 lei
54. a=4020, b=2000, c=20
55. 25 căpşune
56. a=160, b=44, c=15
57. 10, 12, 14, 16
58. 125, 375, 400
59. S=143
60. a=542, b=258
61. 28 ani, 32 ani
62. 60, 40, 50, 60
63. 122 < 199
64. 55, 27, 13
65. 120, 30
66. 480; 300
67. 347; 103
68. Victor – 17 ani, gemenii – 11 ani
69. 6; 9
70. bunicul – 60 de ani; tatăl – 35 de ani
71. 35 piese
72. 6 bile albe, 24 bile roşii
73. 25140 kg
74. 122 kg, 244 kg, 246 kg
75. 75g, 150g, 225g
76. 25 ani
77. 25 ani
78. 40 ani
79. 43680 lei
80. 42 lei, 210 lei
81. o carte + un joc = 8 lei+16 lei = 24 lei; 5 cărţi şi 8 jocuri = 168 lei
82. 23 ani
83. 28 elevi
84. 6 corecte şi 2 greşite
85. Anca – 10 creioane, Ioana – 8 creioane
86. Maria = 12 ani; mama = 40 ani

87. I = 26 nuci, II = 65 nuci şi III = 169 nuci sau I = 28 nuci, II = 70 nuci şi III = 182 nuci

88. *S = a+b.*
D= a – b, a ≥ b
S· 5 = (D· 4)· 2+r, r < (D· 4) ⇒ r∈{0,1,2,...,39}
S· 5 =40· 2+r, r < 40 ⇒ r∈{0,5,10,15,20,25,30,35}
a) Dacă r=0 ⇒ S· 5 = 80 ⇒ S = 16 ⇒ a = 13; b = 3
b) Dacă r=5 ⇒ S· 5 = 85 ⇒ S = 17 ⇒ nu există numere naturale a căror sumă să fie 17, iar diferenţa 10.
c) Dacă r=10 ⇒ S· 5 = 90 ⇒ S = 18 ⇒ a = 14; b = 4
d) Dacă r=15 ⇒ S· 5 = 95 ⇒ S = 19 ⇒ nu există soluţie
e) Dacă r=20 ⇒ S· 5 = 100 ⇒ S = 20 ⇒ a = 15; b = 5
f) Dacă r=25 ⇒ S· 5 = 105 ⇒ S = 21 ⇒ nu există soluţie
g) Dacă r=30 ⇒ S· 5 = 110 ⇒ S = 22 ⇒ a = 16; b = 6
h) Dacă r=35 ⇒ S· 5 = 115 ⇒ S = 23 ⇒ nu există soluţie
Răspuns: (13,3); (14,4); (15,5); (16,6)

89. *Fie x, y şi z numărul nucilor din fiecare ladă.*
În final în fiecare ladă vor fi 72:3 = 24 nuci.
24 nuci din prima ladă reprezintă două treimi din numărul iniţial de nuci. Deci în prima ladă erau iniţial 24+12= 36 nuci = x
24 nuci din lada a doua reprezintă trei pătrimi din (y+12); deci y+12 = 24+8, adică y = 32-12 = 20 nuci
În concluzie, în prima ladă erau iniţial 36 nuci, în a doua 20 nuci, iar în a treia 72-(36+20) = 16 nuci = z

90. *După un an cei trei fraţi aveau la bancă suma S_1 = 750·3+dobândă.*
Dobânda=(7·20+10)·3=150(lei)·3=450 lei.
S_1=2250+450=2700.
După încă un an cei trei fraţi aveau la bancă suma S_2=2700+dobânda.
Dobânda=27·20=540(lei).
S_2=2700+540 = 3240.
Răspuns: Nu. Mai trebuie 3610 – 3240=370(lei).

91. *Suma numerelor primelor două bile extrase este 7·2=14.*
O pătrime din numărul bilei a treia este 14-10=4=numarul bilei a doua.
Numărul bilei a treia este 4.4=16.
Suma =10+4+16+7 = 37

92. 375 km
93. fete – 12; băieţi – 20
94. I = 32; II = 16
95. (76; 16; 28)
96. 62
97. 5, 6, 7, 8, 9, 10
98. 624 pagini
99. 11 ani
100. numărul este 9
101. Ana – 192; Maria – 144
102. Bogdan, Codrin, Andrei
103. Irina – 145 timbre; Mihai – 110 timbre; Andrei – 105 timbre
104. 2632000 lei
105. O minge costă 25 lei şi sunt 85 lei
106. L = 244 m
107. 54 bomboane şi 57 bomboane
108. 8 ani şi 10 ani
109. 2 ani; 2 ani; 3 ani; 3 ani;
110. Alina 8 ani, mama 24 ani, tata 32 ani, peste 16 ani
111. galbene – 74, roşii - 44
112. 6 nepoţi
113. 550 găini, 195 oi
114. 31 trandafiri
115. 15 fete, 7 băieţi
116. 16 cutii; 99 creioane
117. 26 bomboane
118. a) 3 şosete; b) 9 şosete
119. a) 4 mere; b) 7 mere
120. mere – 10; pere – 16
121. 2500 patrupede; 100 păsări; 50 şerpi
122. 301 sportivi
123. 9 bănci
124. a) 188; b) 316, 317, ... , 330
125. Sunt 225 bile albastre, 65 bile roşii şi 10 bile galbene: a) 65+10+3= 78 bile; b) 7 bile; c) 225+65+3=293
126. 21 încercări
127. 4 drumuri dus-întors
128. 02 iulie
129. 124496

130. 12 lei, 8 lei, 3 lei

Clasa a V-a

1. a) 6933;
   b) 3;
   c) Suprimăm toate cifrele nr. de la 1-56, cu excepţia cifrelor de 9 de la nr. 9, 19, 29, 39, 49, $(103-5=98\,\text{cifre})$, iar de la nr. 57 şi 58 suprimăm cele două cifre de 5, în total 100 cifre eliminate.
2. $\overline{x0z}$ sau $\overline{xy0} \Rightarrow N = 2\cdot 90 - 9 = 171$ numere.
3. $r_7 = 1$; $r_6 = (1+1)\cdot 2 = 4$; $r_5 = (4+1)\cdot 2 = 10$; … ; $r_2 = (46+1)\cdot 2 = 94$, deci $x = (94+1)\cdot 2 = 190$.
4. $3\cdot 3+7\cdot 1 = 16$ zile; $2^{16} - (1+3+5+...+31) = 2^{16} - 16^2 = 2^8\left(2^8-1\right)$
5. $N = 4\ \underbrace{99...9}_{\text{de 2006 ori}}\ 7989 \Rightarrow S = 18091$
6. $\left(\overline{abcd}\right)^{1+3+...+4019} = \left(\overline{abcd}\right)^{2010^2} \Rightarrow \left(\overline{abcd}\right)^2 = 2010^2 \Rightarrow \overline{abcd} = 2010$.
7. $N = 2010^2$.
8. $u(n) = 7 \Rightarrow n$ nu e pătrat perfect.
9. 104; 11
10. 593 şi 180
11. $c = 8$; $r = 7$ sau $c = 16$; $r = 14$
12. 1055 şi 9935; 121.
13. $A = M_8 + 5 \Rightarrow r = 5$
14. $B = M_{2000} + 2000+10 = M_{2000}+10 \Rightarrow r = 10$
15. 692
16. $\left.\begin{array}{l}\overline{abcab} = \overline{ab}\cdot 1000 + c\cdot 100 + ab = 91\cdot\left(11\overline{ab}+c\right)+9c \\ 9c \le 81 \le 91\end{array}\right\} \Rightarrow 9c = 9 \Rightarrow$
    $\Rightarrow c = 1$
17. $A = 1006\cdot 671 \Rightarrow A \vdots 671$
18. Se discută pe cazuri $n = 2k$; $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}^*$
19. 300, 742
20. $A = 36^n\cdot 2010 \vdots 2010$
21. a) $u(x) = u(1+1\cdot 3+1\cdot 3\cdot 5+\ldots+1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot 1999-9999) = 9-9 = 0 \Rightarrow 10/x$

b) $x = 1+3+15+105+M_9-9999 = 124+M_9-9999 = M_9+7+M_9-M_9 = M_9+7$

22. a) $N = \overline{ab}\cdot 10^3 + \overline{cde} = \overline{ab}\cdot 10^3 + \overline{ab} + \overline{cde} - \overline{ab} =$
$= \overline{ab}\cdot 1001 + \left(\overline{cde} - \overline{ab}\right) \vdots 7,11 \text{ sau } 13$
b) se foloseşte punctul a)

23. $\overline{abc} - \overline{cba} = 99(a-c)$

24. a) $P \vdots S \Rightarrow x \vdots 5 \Rightarrow S = 10x \vdots 50$
b) $P:S = 45k$, $k \in N^*$.

25. $u\left(9^{2010} + 7^{2010}\right) = 0$.

26. $u(A) = 5 \Rightarrow A \vdots 5$, dar $A = 3\left(1 + 2^2 + 2^4 + ... + 2^{2010}\right) \Rightarrow 3 / A$ şi deci $A \vdots 15$.

27. a) $2009 = 4\cdot 502+1$, deci numărul 2009 este de forma $4k+1$, $k\cdot \in N$.
$u(N) = u((1+2+3+4+5+6+7+8+9+0)\cdot 201) = 5$;
b) $u(N) = 3 \Rightarrow N$ nu este pătrat perfect.

28. $n = 54$

29. a) 2;
b) 10.

30. 7 răspunsuri corecte şi 3 greşite

31. $m_a = 1000500$

32. a) $A = \{3,4,5,6\}$; $B = \{3,4\}$
b) Nu, deoarece $\{m,5,6\} \setminus A = \{m\}$ dacă $m \neq 3$ sau $m \neq 4$ şi 0 dacă $m = 3$; şi $\{n,3,4\} \setminus B = \{n\}$ unde $n \neq 3$.

33. a) $x = 2$; $y = 6$;
b) $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$.

34. $\{1,2,3,4,7,9\}$

35. $A = \{b,c,d\}$; $B = \{a,b,c,d,e\}$.

36. a) fals;
b) fals;
c) adevărat.

37. a) 1011;
b) 50.

38. a) $card A = 3^{n+2} - 3^n + 1 = 3^n\cdot 8+1$;
b) $3^n\cdot 8+1 = 1945 \Rightarrow n = 5$.

39. 24 elevi.

40. a) 18 elevi;
b) 7 elevi.

Clasa a VI-a - algebră

1. 3249.
2. Câtul împărţirii celor două numere este: $3^{2005}+1$.
3. A={45, 60, 80, 81, 84, 85, 87, 88, 89} şi B={ 86, 87, 88, 89, 90}.
4. a) A = 111(a+b+c). A$\vdots$ 37 dar A nu e divizibil şi cu 37^2.
   b) dacă A$\vdots$ 17 atunci numărul a + b + c este divizibil cu 17.
5. Prima fracţie este mai mare.
6. Se arată că numărătorul şi numitorul sunt divizibile cu 3.
8. $a = 5^{2n}$ deci este pătrat perfect.
9. $x = \frac{1}{3}$.
10. Se înmulţeşte relaţia cu 3 apoi se descompune în (3x-5)(3y-2)=13.
13. Numerele sunt: 12 , 24, 36, 48.
14. Numerele sunt egale.
15. 5776;
16. Se arată că c.m.m.d.c. al celor două numere este 1;
17. $7a+7b = 3c +3b \Rightarrow 7(a+b) = 3(c+b)$ deci 3 divide suma a+b şi 7 divide suma c+b; $10a +4b = 3c +3a \Rightarrow$ 2 divide suma a+c;
20. (3,7,3); (7,5,3); (11,3,3);
21. a = 8, b = 9;
22. $\frac{12}{7}$.
23. 20 numere.
24. n = 2011, a = 2;
26. $S = \frac{2^{11}-1}{2^{10}}$, generalizare $S_n = \frac{2^{n+1}-1}{2^n}$;
28. b) a = 8, b = 16, c = 24, d = 32;
29. (a,b) = {(1,7), (2,5), (3,3), (4,1)};
31. $x = \frac{2009^2}{8}$;
32. a) se grupează câte 4 termeni; b) 40;
33. a = 2, b = 41, c = 37;
34. 14 numere;

Clasa a VI-a – geometrie

1. Fie A-O-M, $m(\angle DOB)=x$, $m(\angle MOC)=180^0-(60^0+90^0-x)=30^0+x$.
2. Fie $x=m(\angle AOB):2$, $y=m(\angle BOC):2$; avem $2y+x=75^0$; $2x+y=90^0$ $\Rightarrow x+y=55^0 \Rightarrow m(\angle AOC)=110^0$.
3. $m(\angle AOB)=8\cdot m(\angle AOM_3)=8\cdot 7^0 28'=59^0 44'$.
4. Se verifică imediat.
5. Se arată că unghiurile DOB şi AOF sunt congruente, deci cum A-O-B atunci şi D-O-F. Dacă în plus se mai ştie şi că C-O-E atunci $m(\angle DOB)=57^0 20'$.
6. $m(\angle DOE)=90^0- m(\angle MOD) - m(\angle EON)=45^0$
7. $m(\angle AOB)=54^0$, $m(\angle BOC)=126^0$, $m(\angle DOE)=153^0$.
8. Unghiurile căutate au respectiv măsurile 60^0 şi 160^0.
9. Fracţia este $\frac{29}{116}=\frac{1}{4}$, iar unghiul are 60^0.
10. Se verifică imediat. Dacă $m(\angle EBC)=60^0$ atunci $m(\angle DBA)=120^0$ de unde rezultă concluzia.
11. a=2; b=3; c=5. Măsurile sunt 10, 15, 25.
12. Măsurile sunt de 60^0.
13. 10 cm
14. 12cm; 16cm; 6cm.
15. Ordinea este B, D, A, C.
16. 135^0; 80^0
17. DE=6cm, EF=7 cm, EF=BF=7 cm;
18. În ΔMND AD este şi mediană şi înălţime, deci triunghiul este isoscel. $\Delta AMB\equiv\Delta AEN$ conform cazului de congruenţă U.L.U.
19. 105^0
20. Se arată că $\Delta AEF\equiv\Delta DEP$: $\Delta PBA\equiv\Delta FBD$.
21. AC = 10mm;
23. a) $m(\angle AOB)=56°$ şi $m(\angle BOC)=42°$;
    b) $m(\angle AOB)=112°$ şi $m(\angle BOC)=84°$ sau $m(\angle AOB)=32°$ şi $m(\angle BOC)=24°$;
24. $m(\angle MON)=110°$;
25. a) $m(\angle EOF)=172°$; b) $m(\angle AOD)=68°$ şi $m(\angle BOC)=32°$;
26. a) $m(\angle COD)$; b) $m(\angle MON)=90°$;
27. $m(\angle AOE)=90°$; $m(\angle AOC)=150°$; $m(\angle COE)=120°$;
28. $m(\angle AOB)=138°$; 45°;
29. $m(\angle COE)=90°$;

30. m(∠EOF) =63° 30’ şi m(∠BOG) =30°30’;
31. a) m(∠COM)=126°;
    b) măsura suplementului complementului ∠BOC este 162°;
32. m(∠XOZ) =159°;
33. a) m(∠AOB)=30°, m(∠COP)=60°, m(∠COB)=150° şi m(∠POR)=165°;
34. 3°.

Clasa a VII-a - algebră

1. a) -1; b) 0; c) 0.
3. b) $7^{n+1}+8\cdot 7^{n+2}=7^{n+1}+8\cdot 7^{n+1}\cdot 7=7^{n+1}(1+56)=7^{n+1}\cdot 57=$
   $=7^{n}\cdot 7\cdot 57=7^{n}\cdot 399$.
4. $\{-1,0\}$.
5. $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=11(a+b+c)$.
6. x = 1000
7. a) A = {1,2,4,8}; B = {1,4,16,64}; C = {1,64,4096,262,144}
   b) A ∪ B = {1,2,4,8,16,64}
   B ∩ C = {1,64}
   C \ A = {64,4096,262,144}
8. A = {1,2,3,4,9,11}
   B = {1,3,5,7,8,9}
9. A = {0,1,2,3}
10. a) $(x-y)^2\geq 0$; $(x-z)^2\geq 0$; $(y-z)^2\geq 0$; „+”
    $2x^2+2y^2+2z^2\geq 2xy+2xz+2yz\Rightarrow$ concluzia
    b) $x+y+z=1\Rightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)=1$ şi cum
    $xy+xz+yz\leq x^2+y^2+z^2\Rightarrow 3(x^2+y^2+z^2)\geq 1\Rightarrow x^2+y^2+z^2\geq \frac{1}{3}$.
11. $S=\sqrt{n+1}-1$, $S=10\Leftrightarrow\sqrt{n+1}=11$, n+1=121 $\Leftrightarrow$ n = 120.
12. $(a-m)^2+(b-2m)^2+(c-3m)^2=a^2+b^2+c^2-2am-4bm-6cm+14m^2=$
    $a^2+b^2+c^2-2m(a+2b+3c)+14m^2=a^2+b^2+c^2+14m^2-14m^2=a^2+b^2+c^2$.

13. $x=\frac{m}{p}\in Q;\ m,p\in Q,(m,p)=1,p\neq 0,\ x+\frac{1}{x}=\frac{m^2+p^2}{mp}\in Z\Rightarrow$

$\Rightarrow m^2+p^2:mp\Rightarrow\begin{cases}(m^2+p^2):p\\(m^2+p^2):m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m^2:p\\p^2:m\end{cases},\ (m,p)=1\Rightarrow$

$\Rightarrow p=\pm 1$ şi $m=\pm 1\Rightarrow x=\pm 1$. Dacă x=1 $\Rightarrow\ x^n+\frac{1}{x^n}=2\in Z$.

Dacă x=-1 $\Rightarrow\ x^n+\frac{1}{x^n}=2(-1)^n\in Z$.

14. 25%

15. $x\to\frac{1}{x}\to+\frac{1}{x^2}\to-\frac{1}{x^2}$

$\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{x^2}\right)=-\frac{1}{4}\Rightarrow x=\pm 1$

16. $x\to$ Andrei $\Rightarrow\ \frac{3}{2}x+x+\frac{x}{2}=60$. x = 20 kg $\Rightarrow$ Iulia $\to$ 10 kg.

17. $\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=12{,}5\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4=50\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=13\Rightarrow x_5=15$.

18. a) 4; b) $\sqrt{2}$.

20. $S=\frac{n}{2n+1}$.

21. $a+2b+4c=0\Rightarrow -a-2b=4c/_{\cdot a}\Leftrightarrow 4ac=-a^2-2ab$, înmulţind cu -1 şi adunând b^2, obţinem: $b^2-4ac=a^2+2ab+b^2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b^2-4ac=(a+b)^2$. Dar $a^2+2ab+b^2\geq 4ab\ \Rightarrow\ b^2-4ac\geq 4ab$

$\Leftrightarrow b^2\geq 4ab+4ac$.

22. Raţionalizând numitorul fiecărei fracţii, obţinem: $\sqrt{1936}-1=44-1=43\in N$.

23. $\begin{cases}x=4\\y=6\end{cases}$ sau $\begin{cases}x=-4\\y=-6\end{cases}$

24. $\frac{x}{y}=\frac{4}{5}$.

25. $\frac{|2x-3|}{13} \le \frac{5}{13} \Leftrightarrow x \in \{-1,0,1,2,3,4\}$

26. $\frac{x}{2007}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2006}{2007}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2007}\right)=x+1$

$\frac{x}{2007}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2006}{2007}-2007\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2007}$

$\frac{x}{2007}\left(\frac{1}{2}-1+\frac{2}{3}-1+...+\frac{2006}{2007}-1-1\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2007}$

$\frac{x}{2007}\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-...-\frac{1}{2007}-1\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2007}$

$\Leftrightarrow x = -2007$

27. $\frac{2005x+10}{401x+2}+\frac{2007}{401x+2}=5+\frac{2007}{401x+2}\in Z$

$\Leftrightarrow 401x+2 \in D_{2007}=\{\pm 1,\pm 3,\pm 9,\pm 669,\pm 2007\} \Leftrightarrow x \in \{5\}=A$.

28. Câte numere de forma $\overline{abc}$ există, adică 900.

Clasa a VII-a - geometrie

1. a) $m(D\hat{N}A)=m(C\hat{N}B)=45^o \Rightarrow m(A\hat{N}B)=90^o$

b) DNMA şi NCBM sunt pătrate congruente$\Rightarrow$ NP=MP=NQ=MQ; $m(P\hat{N}Q)=90^o$

c) $[AM]\equiv[NC]$; $[AM]\parallel[NC]$

d) PQ este linie mijlocie în ΔDMC

e) $\Delta AFM \sim \Delta CFD \Rightarrow \frac{AM}{CD}=\frac{FM}{FD}$; $\Delta ENC \sim \Delta EBA \Rightarrow \frac{NC}{BA}=\frac{EN}{EB}$

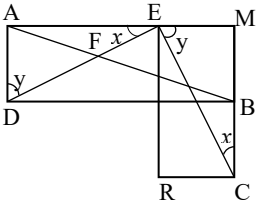
$\Rightarrow \frac{FM}{FB}=\frac{EN}{EB} \Rightarrow \frac{FM}{MD}=\frac{EN}{NB} \Rightarrow$ FM = EN; FM || EN.

2. $m(C\hat{B}E)=30^o \Rightarrow m(F\hat{B}E)=90^o \Rightarrow \Delta FBE$ este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(F\hat{E}B)=45^o$; ΔEAD isoscel cu $m(E\hat{A}D)=30^o \Rightarrow m(A\hat{E}D)=75^o$; $m(F\hat{E}D)=m(F\hat{E}B)+m(B\hat{E}A)+m(A\hat{E}D)=180^o$.

3. a) ΔADC isoscel cu $m(A\hat{D}C)=120^o \Rightarrow m(D\hat{C}A)=30^o \Rightarrow$
$m(A\hat{C}B)=90^o$
b) $[AM]\equiv[DC]$, $[AM]\parallel[DC]$, $[AM]\equiv[AD]$

4. a) AMNP este paralelogram
b) $\frac{BM}{AB}+\frac{CP}{AC}=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$

5. a)



b) $A_{ABCD} = BC\cdot BD = 10cm\cdot 30cm = 300cm^2$
c) $\Delta AED\equiv\Delta MCE \Rightarrow [DE]\equiv[EC] \Rightarrow \Delta DEC$ dreptunghic isoscel $\Rightarrow$
$m(E\hat{D}C)=45^o$;
AB || CD şi FD secantă $\Rightarrow m(A\hat{F}D)=m(F\hat{D}C)=45^o$

7. a) E $\in$ bisectoarei $\angle$(C) $\Rightarrow$ d(E;AC) = d(E;CB) $\Rightarrow$ AE=EF
b) AD$\perp$BC, EF$\perp$BC $\Rightarrow$ AD||EF iar CE secantă $\Rightarrow$
$m(F\hat{E}G)=m(E\hat{G}A)$ iar $m(F\hat{E}G)=m(G\hat{E}A)\Rightarrow m(A\hat{G}E)=m(A\hat{E}G)$
c) $[AE]\equiv[EF]$, (EG – bisectoarea $\angle$(AEF), GF||AE

8. b) PQ este linie mijlocie în $\Delta ADC \Rightarrow$ PQ||DC

10. $\angle$(CEA) este unghi exterior triunghiului AEC $\Rightarrow m(C\hat{A}E)+$
$+m(A\hat{C}E)=51^o \Rightarrow 3\cdot m(A\hat{C}E)=51^o \Rightarrow m(A\hat{C}E)=17^o \Rightarrow$
$m(D\hat{A}B)=4\cdot 17^o=68^o$

11. a) $\Delta ASB\equiv\Delta MSQ$ (U.L.U.) $\Rightarrow$ MQ=AB $\Rightarrow$ QC=CM
c) În ΔBQM: MS şi BC sunt mediane $\Rightarrow$ T este centrul de greutate
$\Rightarrow A_{TSB}=A_{TCM}$

12. baza mică = 5cm, baza mare = 11cm, h = linia mijlocie

13. a) APDQ este romb;

b) $DP\|AB \Rightarrow \frac{PD}{AB}=\frac{CD}{BC}$ şi $QD\|AC \Rightarrow \frac{QD}{AC}=\frac{BD}{BC}$;

$\frac{PD}{AB}+\frac{QD}{AC}=1$; $\frac{1}{AB}=\frac{1}{AC}=\frac{1}{AQ}$.

15. a) $m(A\hat{M}B)=90^o$

b) Dacă $MN\|AD$, $N\in AB$, atunci MNAD şi MNBC sunt romburi $\Rightarrow$ MN este linie mijlocie în ΔAMB.

16. MP = 7cm, QC = 4cm, AN = 4,5cm

17. b) $\Delta CPM \sim \Delta CBA$ şi $\Delta CMQ \sim \Delta CAD \Rightarrow \frac{PB}{BC}=\frac{AM}{AC}=\frac{QD}{CD} \Rightarrow$

$\frac{BP}{BC}\cdot\frac{CD}{QD}=1$

c) din $\frac{PB}{BC}=\frac{QD}{CD} \Rightarrow \frac{BP}{BC}+\frac{QC}{CD}=\frac{QD}{CD}+\frac{QC}{CD}=1$

18. $\frac{BN}{BC}=\frac{6}{9} \Rightarrow \frac{BN}{BC}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BN}{NC}=\frac{2}{1} \Rightarrow \frac{NC}{BN}=0,5=\frac{AM}{MB} \Rightarrow MN\|AC;$

$PA = 2\cdot PC$ iar $BN = 2\cdot NC \Rightarrow PN\|AB$.

19. $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{4}$, $\frac{AH}{HD}=3 \Rightarrow \frac{AH}{AD}=\frac{3}{4} \Rightarrow EH\|BD$; $\frac{BF}{FC}=2$, $\frac{DC}{GC}=3 \Rightarrow$

$\frac{DG}{GC}=2 \Rightarrow FG\|BD$

20. $\Delta ABC \sim \Delta AFD \Rightarrow m(A\hat{D}F)=30^o$. În ΔABC cu $m(\hat{B})=90^o$,

$m(\hat{C})=30^o$, $AF=\frac{AD}{2}=1,5cm$

21. Din $AC^2=AB\cdot AD \Rightarrow \frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$, $m(D\hat{A}C)=m(C\hat{A}B) \Rightarrow$

$\Delta DCA \sim \Delta CBA \Rightarrow A\hat{C}D \equiv A\hat{C}B$; $D\hat{C}A \equiv C\hat{B}A$; $D\hat{A}C \equiv C\hat{A}B$ dar $C\hat{A}B \equiv D\hat{C}A$ (alterne interne) $\Rightarrow A\hat{C}D \equiv C\hat{A}B$; aşadar $A\hat{B}C \equiv D\hat{C}A \equiv C\hat{A}D$.

22. $A\hat{B}C \equiv B\hat{E}D$ (unghiuri cu acelaşi complement); $C\hat{A}B \equiv B\hat{D}E \Rightarrow$ $\Delta CAB \sim \Delta BDE$

23. $\frac{A'B'}{AB}=\frac{10}{3}$

24. Din $\Delta DEF \sim \Delta BEA \Rightarrow \frac{EF}{AE} = \frac{DF}{AB}$; din $\Delta KFC \sim \Delta KAB \Rightarrow$
$\frac{KF}{KA} = \frac{FC}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AE} + \frac{FK}{AK} = \frac{DF + FC}{AB} = \frac{AB}{AB} = 1$. Fie EF = x $\Rightarrow$
$\frac{x}{6} + \frac{5}{x+11} = 1 \Rightarrow x = 4.$

25. a) $m(A\hat{M}D) = 90^o = m(B\hat{P}C)$; MK – mediană în triunghi dreptunghic $\Rightarrow$ $MK = \frac{AD}{2}$;
b) $m(B\hat{P}C) = 90^o$, PL – mediană în $\Delta BPC \Rightarrow$ PL=LC=BL $\Rightarrow$
$C\hat{P}L \equiv P\hat{C}L$ dar $P\hat{C}L \equiv P\hat{C}D \Rightarrow C\hat{P}D \equiv C\hat{P}L$ (alt.int.) $\Rightarrow$ PL||DC;
c) PL||DC, KM||DC, LM||DC $\Rightarrow$ K-M-P-L.

26. a) $A_{ABCD} = 2 \cdot A_{ABD} = BD \cdot AM$
b) $\Delta AMO \equiv \Delta CNO$ (IU) $\Rightarrow$MO=NO $\Rightarrow$ în patrulaterul AMCN diagonalele AC şi MN se înjumătăţesc
c) DP=AM $\Rightarrow$ ΔOAD isoscel $\Rightarrow$ OD=AO $\Rightarrow$ BD=AC $\Rightarrow$ ABCD dreptunghi.

27. a) $A_{AMN} = 8cm^2$
b) $A_{MNC} = A_{ABCD} - (A_{AMN} + A_{DNC} + A_{BMC})$
c) $A_{MNC} = NC \cdot dist(M;NC) \Rightarrow 24 = 4\sqrt{5} \cdot dist(M;NC) \Rightarrow$
dist(M,NC) = $1,2\sqrt{5}$.

28. a) $AB = 14\sqrt{3}$ cm, $CD = 4\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow A_{ABCD} = 135cm^2$;
$m(B\hat{A}D) = 45^o$
b) $\Delta ADC \equiv \Delta CBF$ (L.U.L.) $\Rightarrow$ AC = CF

<u>Clasa a VIII-a - algebră</u>

1. x = 2.
2. $A = \{-7, -5, -4, -2, -1, 1\}$
3. $x = (3\sqrt{5} - 5)(4 - 2\sqrt{3})$
4. $A \cap B = \{-4, 2\}$; $A - B = \{-8, -2\}$; $B - A = \varnothing$.
5. 4; 2

6. $x \in \left[\frac{1}{2},1\right)$

7. $x \in \left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$

8. $A \cup B = \left[\frac{1}{3},\frac{5}{2}\right)$; $A \cap B = \left(\frac{1}{2},\frac{5}{3}\right]$; $A - B = \left(\frac{5}{3},\frac{5}{2}\right)$

9. $A = 25$

10. $\frac{\sqrt{35}}{2}$

11. $x \in \{-10;7\}$

12. $\frac{41000}{31209}$

Clasa a VIII-a - geometrie

5. b) Unghiurile OMN şi ECB sunt congruente ca având laturile respectiv paralele. Atunci, 2·aria(MNO) = MN·MOsin $\angle$ OMN, iar 2·aria(BEC) = EC·BCsin $\angle$ ECB, raportul cerut este $\frac{1}{4}$.

6. b) $\frac{1}{9}$.

7. b) Sunt puncte coliniare, $PA = \frac{AB}{2}, PD = \frac{3AB}{2}$.

   c) $\frac{9AB^2}{8}$.

   d) $\frac{9AB\sqrt{2}}{2}$.

8. b) $12\ cm^2$.

10. a) 10cm; b) $5\sqrt{6}$ cm; c) $10\sqrt{3}$ cm.

11. a) a; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

12. b) 45^0; c) 13.

13. Se utilizează inegalitatea: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, oricare ar fi numerele reale strict pozitive a şi b.

17. b) Fie α măsura unghiului planelor AA'C şi BB'C'. Proiecţia triunghiului AA'C pe planul BB'C' este triunghiul BB'C, rezultă aria(BB'C)=aria(AA'C)$\cdot\cos\alpha$. Dar triunghiul BB'C este congruent cu triunghiul BB'C', de unde $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ şi $\alpha = 45^0$.

18. b) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; c) $2\sqrt{3}$.

20. Pentru [BA] $\equiv$ [BC] $\Rightarrow$ $\mathrm{tg}\angle(AE,\alpha) = \frac{10}{3}$, iar pentru [CA]$\equiv$[CB] $\Rightarrow$ $\mathrm{tg}\angle(AE,\alpha) = \frac{5}{2}$.

21. 60^0.

25. a) 45^0.

Bibliografie

1. Alexandrescu Petruş ş. a., „*Matematică pentru testarea naţională*”, Editura Paralela 45, Piteşti, 2006
2. Florica Banu ş.a., „*Matematică - testare naţională*”, Editura GIL, 2006
3. Ovidiu Bădescu şi colectivul, „*Ghid de pregătire pentru TEZA CU SUBIECT UNIC*”, editura SIGMA, 2008
4. Artur Bălăucă, „*Olimpiade şi concursuri, clasa a Va*”, Editura Taida, Iaşi, 2003
5. Artur Bălăucă ş.a., „*Matematică - Teme pentru activităţi opţionale*”, Editura Taida, Iaşi, 2006
6. Dan Brânzei, Aniţa Sebastian, Aniţa Alice, „*Competenţă şi performanţă în geometrie*”, Editura Paralela 45, Iaşi, 1998
7. Constantin Cocea, „*200 de probleme din geometria triunghiului echilateral*”, Editura Gh. Asachi, Iaşi, 1992
8. Traian Cohal, Eugenia Cohal, „*Geometria, o întreagă lume*”, Editura Dosoftei, Iaşi, 1995
9. Traian Cohal, Adrian Zanoschi, „*Probleme de matematică pentru clasa a VIII-a*”, Editura Moldova, Iaşi, 2004
10. Ioan Dăncilă, „*Divizibilitatea numerelor*”, Editura SIGMA, 2001
11. Eugen Guran, „*Matematică recreativă*”, Editura Junimea, Iaşi, 1985
12. Nicu Miron ş. a., ”*100 de teste de matematică pentru pregătirea examenului de testare naţională*”, Grup Editorial Art, 2007
13. Ioana Monalisa, Cristina Neagoe, „*Culegere de probleme de matematică pentru clasa a VII-a*”, editura Ed.AS.UNICUM, Bucureşti, 2009
14. Anton Negrilă, Măria Negrilă, „*Algebră, geometrie, clasa a VII-a*”, Editura Paralela 45, Piteşti, 2006
15. Anton Negrilă, Măria Negrilă, „*Algebră, geometrie, clasa a VIII-a*”, Editura Paralela 45, Piteşti, 2006
16. Veronica Păduraru, Floarea Aflori, „*Cui e frică de funcţii?”,* Editura PANEUROPE, 2003
17. Sorin Peligrad ş.a., „*Algebră, geometrie, clasa a V-a”*, Editura Paralela 45, Piteşti, 2004

18. Dumitru Săvulescu ş. a., „*Olimpiade judeţene, interjudeţene şi naţionale*”, Editura Scorpion 7, Bucureşti, 1994
19. Dumitru Săvulescu ş. a., „*Probleme de matematică*”, Editura Porto Franco. Galaţi, 1992
20. Mihaela Singer, „*Învăţarea geometriei prin exerciţii*”, Editura SIGMA, 1991
21. Ştefan Smarandache, „*Matematica pentru clasa a VII-a*”, editura SIGMA, 2008
22. Ştefan Smarandache, Camelia Diaconu, Liliana Deaconu, „*Matematică pentru clasa a VI-a*”, Editura Sigma, Bucureşti, 2007
23. Adina Stoica-Vasiliu, Angela Sava, „*Matematică – culegere de exerciţii şi probleme pentru clasa a VI-a*”, Editura Taida, Iaşi, 2008
24. Petre Ţelinoiu, „*Culegere de exerciţii şi probleme de aritmetică*”, Editura Porto Franco, Galaţi, 1991
25. Liviu Ţornghibel, „*Aritmetică, algebră şi geometrie clasa a VI-a*”, Editura Egal, Bacău, 2008
26. Dan Zaharia, Măria Zaharia, „*Algebră, geometrie, clasa a VI-a*”, Editura Paralela 45, Piteşti, 2005
27. Colecţia Gazeta Matematică
28. Colecţia Recreaţii Matematice
29. Colecţia RMT
30. Colectivul de profesori de matematică, Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri” Iaşi – *Probleme de matematică pentru Concursul „Euclid”*, Editura Spiru Haret, Iaşi, 2004, 2005; Editura Taida, Iaşi, 2007-2009
31. „*Aritmetică, Algebră, Geometrie*”, clasa a VII-a, editura Taida, 2007